水　利　学　报
2017年5月　　SHUILI　XUEBAO　　第48卷　第5期

文章编号:0559-9350(2017)05-0576-12

基于分形理论的坝基裂隙岩体注灰量与导水率关系研究

樊贵超，钟登华，任炳昱，吴　含，李晓超
（天津大学 水利工程仿真与安全国家重点实验室，天津　300072）

摘要：由于天然岩体裂隙分布的隐蔽性和不确定性，很难准确评价天然裂隙岩体的渗透性和可灌性。离散裂隙网络作为描述天然裂隙网络的有力工具，能在一定程度上反应裂隙岩体的某些特征，但都是基于统计意义上的概率分布，无法反应裂隙网络参数的内部联系以及微观特征。Mandelbrot提出的分形几何是描述不规则物体的重要工具，研究发现裂隙网络中的裂隙迹长分布服从分形特征，很多学者利用这一理论对裂隙网络的渗透性进行了研究，推导了裂隙网络渗透系数的表达式。然而缺乏裂隙网络的可灌性和灌浆量的研究。本文首先利用裂隙网络的分形特征和裂隙迹长与隙宽的关系，建立了裂隙岩体导水率的分形模型，推导了裂隙岩体导水率与分形维数的关系表达式，并与已有研究结果进行了对比，证实了该关系式的可靠性。其次，分析了裂隙岩体灌浆注灰量与分形维数的关系，进而推导了注灰量与导水率的关系式，根据注灰量与导水率的关系曲线对灌浆区域的划分，定义了3个不同的灌浆区域：正常区域、微小裂隙区域和扩展区域，分别对应于正常灌浆、微小裂隙较多和裂隙扩展变形这3种不同的灌浆状态。最后，通过与工程实测数据的对比，证实了本文注灰量与导水率关系式的可靠性和适用性，也说明了3个灌浆区域的划分是合理并且重要的。因此，该关系式和灌浆区域的划分可以用来预测和评价实际工程灌浆施工的合理性和可灌性。

关键词：大坝基础；裂隙岩体；分形理论；水泥灌浆；导水率；注灰量
中图分类号：TV543　　**文献标识码：**A　　**doi：**10.13243/j.cnki.slxb.20160944

1　研究背景

地球表面分布着大量的岩体，这些岩体在复杂的地质构造运动、风化作用、岩溶作用及卸荷作用等多种因素的作用下[1-2]形成各种节理、裂隙或者孔隙，这些节理、裂隙或者孔隙的存在，使岩体具有大小不一的渗透性，而岩体的渗透性给人们在地球表面进行的各种活动带来潜在的危险，如大坝工程、水库工程、隧洞工程以及石油天然气工程等。大量学者对水在岩体节理裂隙中的流动规律进行了研究[3-9]，然而由于裂隙分布的复杂性和不确定性，在不清楚裂隙的隙宽、迹长、间距、连通性等信息的情况下，要精确评估岩体的渗透性是不太可能的。

离散裂隙网络(Discrete Fracture Network，DFN)建模技术是一种描述岩体不连续面及节理裂隙网络的常用方法[10-12]。通过现场勘测可以获得钻孔的岩芯和孔内图像，以及局部区域裂隙分布的样本参数，这些参数包括裂隙隙宽、迹长、间距、倾角和方位角等。通过对这些样本参数的统计分析，再通过蒙特卡洛方法就可以模拟在统计意义上符合现场条件的DFN模型。但是，DFN模型是建立在概率统计的基础之上的，它与实际的岩体裂隙网络只在统计意义上相似，在具体位置上却不一定相同，这也极大限制了其工程应用性。

收稿日期：2016-09-06；网络出版日期：2017-05-16
网络出版地址：http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1882.TV.20170516.1448.005.html
基金项目：国家自然科学基金(51439005)；国家重点基础研究发展计划(973计划)(2013CB035904)；国家自然科学基金(51339003)
作者简介：樊贵超(1986-)，男，贵州人，博士生，主要从事水利工程灌浆质量控制与评价研究。E-mail：fgc@tju.edu.cn
通讯作者：钟登华(1963-)，男，江西人，博士，教授，中国工程院院士，主要从事水利水电工程施工仿真与实时控制分析技术研究。E-mail：dzhong@tju.edu.cn

裂隙网络通常由成百上千条长度、隙宽、倾角、方向、间距不等的裂隙构成，并且很难精确地描述每一条裂隙的具体特征[13-16]。幸运的是，Mandelbrot在研究英国海岸线长度一文中提出分形理论这一概念，分形理论是用来描述不规则的、具有自相似特点的几何图形的有力工具[17-18]。由于自然界的很多物体都具有此类自相似和不规则的特点，分形理论得到了广泛的应用，包括在水利工程中的应用[19-26]。大量学者通过对天然岩体裂隙网络在二维平面上的裂隙迹长分布规律的研究发现其服从分形特征[27-32]。Zhao等[33]在研究中也发现在地质岩体中的裂隙的随机分布规律高度服从分形规律。因此，与裂隙网络有关的理论可以使用分形理论来进行研究，分形维数可以用来定量描述天然裂隙网络的复杂性。Xiao等[34]使用分形理论和蒙特卡洛方法建立了考虑毛细管曲折度和毛细压力的非饱和孔隙介质的相对渗透性的预测模型，认为孔隙介质的相对渗透性与孔隙率、孔隙的表面分形维数、曲折度分形维数、饱和程度和毛细压力有关。Jafari等[35]使用裂隙网络的统计参数和分形属性来评价裂隙网络的等效渗透性，分析了不同的分形维数计算方法和裂隙网络参数(包括隙宽、长度、方向、密度和连通性等)对透水率的影响。Zheng等[36]建立了一个天然气流经多孔介质的透水率分形模型，分析了天然气在多孔介质中的渗漏情况。Cao等[37]基于分形理论和材料力学，使用图像处理方法，建立了考虑闭合应力的裂隙导水能力的预测模型。Miao等[38]基于裂隙网络的分形分析，推导了包含分形维数和裂隙网络参数(包括裂隙长度、隙宽、倾角、方位角、裂隙密度、孔隙率等)的裂隙岩体渗透率的解析表达式。Liu等[39-40]利用基于蒙特卡洛方法建立的随机分布的岩体裂隙网络，建立了裂隙岩体渗流的分形模型，推导了裂隙岩体渗透系数关于分形维数的表达式。

现有研究对岩体裂隙网络特征及其渗透性进行了较多的分析，然而缺乏对裂隙岩体的可灌性以及注灰量与岩体裂隙网络分形特征间关系的研究。针对这个问题，本文引入岩体裂隙网络的分形理论以及裂隙迹长与隙宽之间的关系，建立裂隙岩体导水率和灌浆量的分形模型，分析裂隙岩体导水率和灌浆量与分形维数之间的关系，推导岩体裂隙注灰量与导水率之间的解析表达式，并根据注灰量与导水率的关系曲线对灌浆区域的划分，定义了3个不同的灌浆区域，分别为正常区域、微小裂隙区域和扩展区域。最后，通过与工程实测数据的对比，验证注灰量与导水率关系式的可靠性和适用性以及灌浆区域划分的合理性。

2 岩体裂隙网络的分形特征

Mandelbrot[17-18]在研究英国海岸线长度时发现类似于海岸线这样的地理曲线由于其细节的复杂性导致其长度变得不可测量或者无限大。然而，由于其具有自相似性和标度不变性的特点，即任意局部和其整体在不同的尺度上是相似的或者统计上相似的，因此这种复杂度可以用一个参数D来表示，并且满足关系式：$N \propto r^{-D}$，其中r为测量用的尺码长度，N为尺码的数量，参数D具有维度的特征，不同的是这里的维度不再是整数而是小数。这种自相似性和标度不变性的特征就叫分形特征，具有分形特征的物体叫分形体，而描述分形体复杂程度的参数D被称为分形维数，通常情况下分形维数均为小数，Mandelbrot计算英国海岸线的分形维数为1.25。

大量学者对天然岩体裂隙网络在二维平面上的裂隙迹长的分布规律进行了研究[27-32]，发现裂隙迹长的分布规律满足下式所示的分形标度率：

$$N \propto Cl^{D_f} \tag{1}$$

式中：C为常数；l为裂隙的迹长；N为裂隙数量；D_f为裂隙迹长分布的分形维数。

此外，也有学者研究发现多孔介质中孔隙尺寸的分布规律服从分形规律[34,41-44]，并且得到下式所示的关系式：

$$N(L \geqslant \lambda) = \left(\frac{\lambda_{max}}{\lambda}\right)^{D_p} \tag{2}$$

式中：λ和λ_{max}分别为多孔介质中孔隙的直径和最大直径；N为孔隙直径L比λ大的孔隙的数量，D_p为

孔隙直径分布的分形维数。

由于裂隙岩体中的裂隙和多孔介质中的孔隙具有相似性[38,44]，基于Yu等[42]的理论和方法，Miao等[38,44]将式(2)所示的多孔介质中孔隙尺寸分布的分形规律扩展到裂隙岩体中，用来描述裂隙迹长分布的分形规律，如下式所示：

$$N\left(L \geqslant l\right)=\left(\frac{l_{\max}}{l}\right)^{D_{\mathrm{f}}} \tag{3}$$

式中：$l_{\max}$为裂隙网络中的最大裂隙长度；N为裂隙长度L比l大的裂隙的数量；D_{f}为裂隙迹长的分形维数。

计算裂隙迹长分形维数最常用的方法是盒维法，Liu等人[39]列出了用盒维法计算裂隙迹长的分形维数的详细步骤。分形维数的大小与小迹长的裂隙数量在总裂隙数中的比例有关，即小迹长比例越大，分形维数越大[45]。

也有学者得到如下式所示的裂隙迹长分布的分形规律[39]：

$$N\left(L \geqslant l\right)=\left(\frac{l_{\max}}{l}\right)^{D_{\mathrm{f}}/2} \tag{4}$$

可以看出，式(3)与式(4)在形式上是相似的，等号右侧只差一个平方的关系，两式的不同之处在于分形维数的取值范围不同，对于二维裂隙网络来说，式(3)中的分形维数取值范围为(0，2)，而式(4)中的分形维数的取值范围为(1，2)。由于式(3)是利用盒维法计算裂隙网络分形维数的基础，也是大多数学者描述裂隙迹长分布的分形特征时所采用的[38,42,44-46]，因此本文选择式(3)作为裂隙迹长分形特征的描述来研究岩体裂隙的导水率和灌浆量。

对式(3)进行微分即可得到裂隙迹长在[l，$l+\mathrm{d}l$]这个微小范围内的裂隙数量的微分表达式：

$$-\mathrm{d}N\left(l\right)=D_{\mathrm{f}}\,l_{\max}^{D_{\mathrm{f}}}\,l^{-\left(D_{\mathrm{f}}+1\right)}\mathrm{d}l \tag{5}$$

由于随着裂隙长度增加，裂隙的数量在减少，因此上式左边是负号。

此外，具有分形特征的岩体裂隙网络的裂隙隙宽和迹长之间还满足线性比例关系[47-48]，如下式所示：

$$b=\beta l \tag{6}$$

式中：b为裂隙隙宽；l为裂隙迹长；β为与岩石力学属性有关的比例系数。

3　裂隙岩体导水率与灌浆量的分形分析

3.1　裂隙模型及假设条件　Navier-Stokes方程(简称N-S方程)可以作为描述流体在裂隙中流动的控制方程，但是由于真实条件下流体的流动非常复杂，如果所有的条件都考虑的话，将很难求解N-S方程得到解析解。通常情况下，在研究的时候都会对流体的属性及边界条件等进行简化处理。平行板模型是最常用的裂隙简化模型，在平行板模型中流体的流动状态比较简单，因此容易求解N-S方程。因此，为了在已有研究成果的基础上推导注灰量与导水率的解析表达式，本文采用平行板模型作为裂隙的简化模型，并做出以下假设：(1)平行板模型在灌浆压力下不发生变形；(2)水为牛顿流体，水泥浆液为宾汉姆流体；(3)水和浆液都视为不可压缩流体；(4)流体在裂隙中的流动为定常流且为层流；(5)浆液属性在流动过程中保持不变；(6)忽略惯性力和重力影响；(7)裂隙的隙宽远远小于其长度；(8)水泥浆液的屈服强度远远小于有效灌浆压力。

宾汉姆流体在平行板模型中流动的原理示意图如图1所示。裂隙的隙宽为b，流核的厚度为$2Z$。

3.2　裂隙岩体导水率的分形分析　裂隙岩体的透水性主要取决于裂隙的分布情况，并且与裂隙的隙宽和连通性密切相关。灌浆工程中一般用吕荣值来表示裂隙岩体的透水率。在实际工程中，吕荣值可以通过压水试验获取，但是吕荣值只能反映岩体的平均透水率情况，不能反映裂隙的导水率分布情况，更不能说明浆液的渗透情况以及对裂隙的封堵效果[49]。Fransson等[50]研究了岩体裂隙导水率的

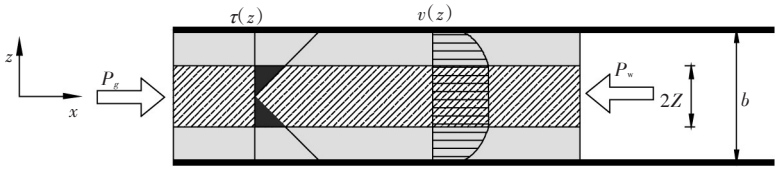

图1　平行板裂隙灌浆流动原理

统计分布情况，结果表明岩体中裂隙的导水系数大致服从帕累托分布。也就是说岩体中存在极少的几条较大裂隙贡献了绝大部分导水率，而其他大部分较小裂隙对总体导水率的贡献极小。因此，导水率比吕荣值能反应裂隙岩体更多的信息。

对于光滑平行板裂隙，其导水率与隙宽的三次方成正比，即满足立方定律[51-52]，计算公式如下：

$$T_{\mathrm{f}}=\frac{\rho_{\mathrm{w}} g b^{3}}{12\mu_{\mathrm{w}}} \tag{7}$$

式中：ρ_{w}和μ_{w}分别为水的密度和黏度；g为重力加速度。

通常情况，一个灌浆孔段会同时穿过多条裂隙，假设灌浆设计的灌浆孔能穿过该区域的所有裂隙，那么该区域的导水率就等于所有裂隙(N)的导水率之和[49,53]，用T表示总的导水率，则：

$$T=\sum_{n=1}^{N} T_{n\mathrm{f}} \tag{8}$$

当裂隙迹长的分布较为连续时，上式的求和公式可以近似用下式的积分公式代替：

$$T=-\int_{l_{\min}}^{l_{\max}} T_{\mathrm{f}}\,\mathrm{d}N\left(l\right) \tag{9}$$

将式(5)—式(7)代入式(9)并计算积分即可得到导水率关于迹长和分形维数的表达式：

$$T=\frac{\rho_{\mathrm{w}} g\beta^{3} l_{\max}^{3}}{12\mu_{\mathrm{w}}}\frac{D_{\mathrm{f}}}{3-D_{\mathrm{f}}}\left[1-\left(\frac{l_{\min}}{l_{\max}}\right)^{3-D_{\mathrm{f}}}\right] \tag{10}$$

根据概率理论，对概率密度函数从负无穷到正无穷积分应该等于1，从而要求裂隙迹长最小值应该远远小于其最大值[37]。再加上D_{f}的取值范围为(0，2)，因此上式的中括号的值约等于1，式子可简化为：

$$T=\frac{\rho_{\mathrm{w}} g\beta^{3} l_{\max}^{3}}{12\mu_{\mathrm{w}}}\frac{D_{\mathrm{f}}}{3-D_{\mathrm{f}}} \tag{11}$$

式(11)即为裂隙岩体导水率的分形模型。注意到式中$\beta^{3} l_{\max}^{3}=b_{\max}^{3}$，因此上式可以改写为：

$$T=kT_{\mathrm{f,max}} \tag{12}$$

式中：

$$k=\frac{D_{\mathrm{f}}}{3-D_{\mathrm{f}}} \tag{13}$$

由式(12)和式(13)可知，总的导水率T可以看作是最大的那条裂隙的导水率$T_{\mathrm{f,max}}$乘以一个系数k，而这个系数正好是分形维数的函数。根据定义，总导水率应大于最大裂隙的导水率，也就是说系数k应大于1，由此可得D_{f}应该大于1.5。

Jafari等[54]利用盒维法计算了22个天然裂隙网络的分形维数，并用商业裂隙建模软件FRACA通过一个100 m × 100 m × 10 m的三维模型模拟计算得到各个裂隙网络的等效渗透系数。为了与式(11)的计算值进行对比从而验证其可靠性，根据渗透系数与导水率之间的关系(见式(14))，前述22个天然裂隙网络的等效渗透系数被转换成导水率。对比结果如图2所示。结果显示式(11)的计算值与天然裂隙网络的等效导水率大致吻合，说明本文推导的导水率的分形模型是可靠的。

$$T=\frac{\rho_{\mathrm{w}} g}{\mu_{\mathrm{w}}}\frac{A}{W}K \tag{14}$$

式中：K为渗透系数；A为与流动方向垂直的裂隙网络的截面面积；W为三维裂隙网络模型的宽度。

3.3 裂隙岩体灌浆量的分形分析 在前述假设条件下，Gustafson等[55]，Gustafson等[56]求解N-S方程得到了灌浆量的近似解析表达式如下：

$$V_{1D} = I_D \frac{\Delta p}{2\tau_0} w b^2 \tag{15}$$

$$V_{2D} = \pi I^2 b = \pi I_D^2 \left(\frac{\Delta p}{2\tau_0}\right)^2 b^3 \tag{16}$$

式中：V为灌浆量，1D和2D分别表示一维流动和二维流动；Δp为有效灌浆压力(灌浆压力p_g减去地下水压力p_w)；τ_0为浆液的屈服强度；w为裂隙的宽度；I_D为浆液的相对扩散距离，等于浆液实际扩散距离I与最大扩散距离I_{max}的比值，I_{max}为浆液在灌浆压力的驱动下流动到与地下水压力达到平衡时的最大扩散距离(见式(17))。

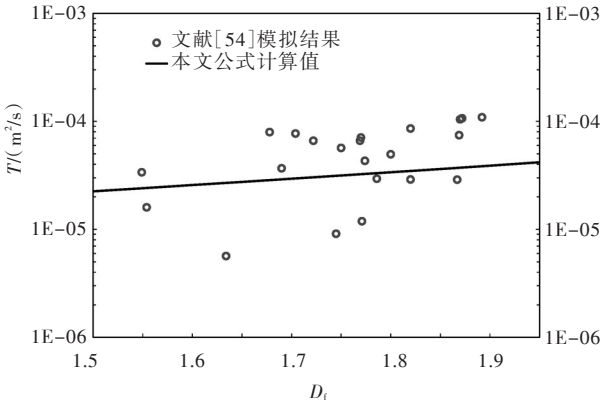

图2 导水率的计算值与文献[54]模拟结果的对比(β=0.001)

$$I_{max} = \frac{\Delta p b}{2\tau_0} \tag{17}$$

根据裂隙隙宽与迹长的关系(式(6))，裂隙隙宽可以表述为迹长的函数，将式(6)代入式(15)和(16)即可得到单裂隙的灌浆量与裂隙迹长的关系式：

$$V_{1D}(l) = I_D \cdot \frac{\Delta p}{2\tau_0} \cdot w\beta^2 l^2 \tag{18}$$

$$V_{2D}(l) = \pi I_D^2 \cdot \left(\frac{\Delta p}{2\tau_0}\right)^2 \cdot \beta^3 l^3 \tag{19}$$

裂隙岩体中除了少数主要的大裂隙外，还含有大量的微小裂隙，由于灌浆浆液通常为普通水泥浆液，对于这种悬浮液体，太小的裂隙是不能进入的，因此存在可灌性问题。Eriksson等[57]提供了一种测量浆液可灌性的方法，定义了最小隙宽和临界隙宽，如果裂隙隙宽小于这个最小隙宽，浆液根本无法通过；如果大于临界隙宽，则浆液可以自由顺畅的通过；当隙宽介于这两者之间时，浆液由于凝絮、过滤及阻塞作用只有一部分能通过。Eklund等[58]建议将临界隙宽的75 %作为浆液可灌性的分界是一个比较实际的做法，同时他们的研究还揭示临界隙宽大约等于水泥颗粒最大粒径的3倍。设水泥颗粒最大粒径为d_{95}，则具有可灌性的最小裂隙对应的临界迹长可表示为：

$$l_{crit} = \frac{0.75 \times 3 d_{95}}{\beta} \tag{20}$$

通过上述分析，在灌浆设计的灌浆孔能穿过该区域的所有裂隙的假设条件下，总的灌浆量等于所有可灌裂隙的灌浆量之和，当裂隙迹长分布较为连续时，可以由下式计算得到，

$$V_{tot} = -\int_{l_{crit}}^{l_{max}} V(l) \mathrm{d}N(l) \tag{21}$$

将式(5)，式(18)和式(19)代入上式，积分解得：

$$V_{tot_1D} = I_D \frac{\Delta p}{2\tau_0} w\beta^2 l_{max}^2 \frac{D_f}{2 - D_f} \left[1 - \left(\frac{l_{crit}}{l_{max}}\right)^{2-D_f}\right] \tag{22}$$

$$V_{tot_2D} = \pi I_D^2 \left(\frac{\Delta p}{2\tau_0}\right)^2 \beta^3 l_{max}^3 \frac{D_f}{3 - D_f} \left[1 - \left(\frac{l_{crit}}{l_{max}}\right)^{3-D_f}\right] \tag{23}$$

相比于灌浆量，实际灌浆工程中更注重注灰量这个参数，因为注灰量是灌浆工程款计量的重要指标。假设浆液的密度为ρ_g，水灰比为wc，灌浆过程中压力保持不变，水灰比保持不变，则可通过下式求出灌浆中水泥的用量CT：

$$CT_{1D} = \frac{\rho_g V_{tot}}{1 + wc} = \frac{\rho_g I_D w\beta^2 l_{max}^2}{1 + wc} \frac{\Delta p}{2\tau_0} \frac{D_f}{2 - D_f} \left[1 - \left(\frac{l_{crit}}{l_{max}}\right)^{2-D_f}\right] \tag{24}$$

$$CT_{2D}=\frac{\rho_g V_{tot}}{1+wc}=\frac{\pi\rho_g I_D^2\beta^3 l_{max}^3}{1+wc}\left(\frac{\Delta p}{2\tau_0}\right)^2\frac{D_f}{3-D_f}\left[1-\left(\frac{l_{crit}}{l_{max}}\right)^{3-D_f}\right] \tag{25}$$

式(24)和式(25)分别为一维和二维流动情况下的注灰量的分形模型。在灌浆压力和浆液属性给定的情况下，假设相对渗透距离I_D达到0.8时结束灌浆，则注灰量CT与裂隙迹长最大值l_{max}以及分形维数D_f有关，关系如图3所示。

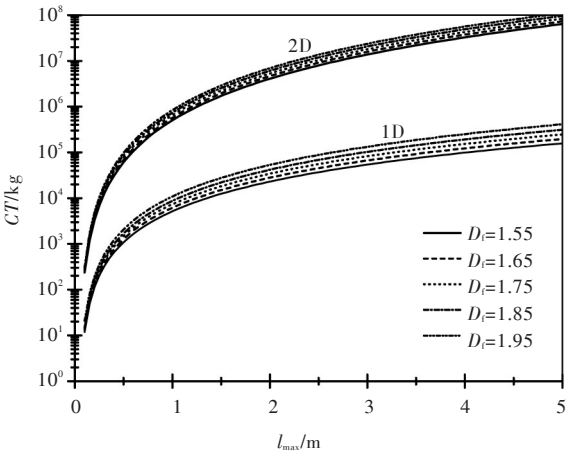

图3　裂隙岩体注灰量与最长裂隙迹长及分形维数之间的关系(β=0.001)

由于本文假设裂隙为平行板模型，因此文中的分形维数都是指裂隙迹长的分形维数，与裂隙曲折度无关。从图3中可以看出，无论是一维还是二维流动，注灰量都随着分形维数的增加而增加，也随裂隙迹长最大值的增大而增大，并且对裂隙迹长最大值的敏感性较大。其次，由于一维流动时注灰量与裂隙迹长呈二次关系，二维时呈三次关系，因此，当裂隙迹长增大时，二维流动时的注灰量比一维时的增加的更快。另外，由于一维流动和二维流动的本质区别，导致浆液在二维流动时的消耗量比一维时的大很多，如图所示，当裂隙迹长最大值较小时(比如等于0.1时)，二维时的注灰量比一维时大一个数量级，而当裂隙迹长较大时(比如大于4时)，这个差别将达到甚至大于3个数量级。这个结果可以解释为前文在推导公式的过程中假设裂隙网络中的裂隙迹长分布较为连续，本来单条裂隙就存在二维时的灌浆量比一维时大的关系，由于累积效应，对整个裂隙网络来说，这个量的差别就成倍增大了。

4　裂隙岩体注灰量与导水率之间的关系

通常情况下，水泥灌浆用来降低大坝基础的透水性和增加基础岩体的强度，而大坝基础岩体的透水性越大，需要用来改善和加强岩体所用的水泥就越多[59]。因此，导水率的大小可以用来判断和预测灌浆所消耗的水泥。根据前文的推导可知，导水率和注灰量都与裂隙网络的最大裂隙迹长有关，因此，将导水率的分形模型(式(11))表示成裂隙迹长关于导水率的表达式，然后代入注灰量的分形模型(式(24)和式(25))，即可得到注灰量关于导水率的解析表达式：

$$CT_{1D}=AB^2T^{2/3}\left(1-CT^{(D_f-2)/3}\right) \tag{26}$$

式中：

$$A=\frac{\rho_g I_D w\beta^2\Delta p D_f}{2\tau_0(1+wc)(2-D_f)};\quad B=\sqrt[3]{\frac{12\mu_w(3-D_f)}{\rho_w g\beta^3 D_f}};\quad C=\left(\frac{l_{crit}}{B}\right)^{2-D_f} \tag{27}$$

$$CT_{2D}=MT\left(1-NT^{(D_f-3)/3}\right) \tag{28}$$

其中：

$$M=\frac{3\pi\rho_g I_D^2\mu_w(\Delta p)^2}{\tau_0^2\rho_w g(1+wc)};\quad N=\left[l_{crit}\Big/\sqrt[3]{\frac{12\mu_w(3-D_f)}{\rho_w g\beta^3 D_f}}\right]^{3-D_f} \tag{29}$$

式(26)和式(28)分别为一维和二维流动情况下注灰量与导水率的解析关系式。由此可知，在灌浆压力和浆液属性给定的情况下(灌浆压力2.5 MPa，浆液密度1 200 kg/m^3，屈服强度1.4 Pa，水灰比

3∶1)，假设相对渗透距离I_D达到0.8时结束灌浆，则注灰量与导水率的关系主要受分形维数D_f影响，如图4和图5所示。

从图4和图5中可以看出，无论是一维还是二维流动，注灰量都随着导水率的增加而增加，这与文献[59]的结论一致。此外，在导水率一样的情况下，注灰量随着分形维数的增加而增大，并且二维时的注灰量比一维时的大一至两个数量级。再者，一维情况下的注灰量与导水率呈现明显的非线性关系，而二维情况下的注灰量与导水率呈现出近似线性关系。从图中还可以看出，当导水率很小的时候，不同分形维数时的注灰量差别不大，而当导水率较大时，不同分形维数的注灰量的差别开始增大，并且一维时的差别比二维时的大。

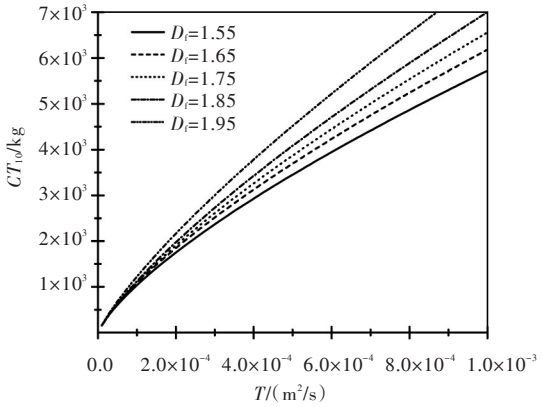

图4　注灰量与导水率之间的关系(一维)

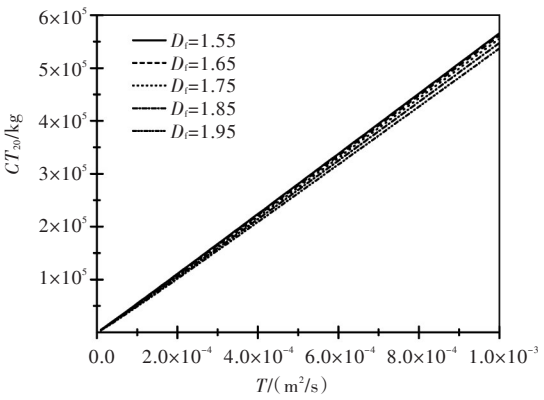

图5　注灰量与导水率之间的关系(二维)

5　结果与讨论

为了提高数据的可观性，将式(26)和式(28)所示的注灰量与导水率的关系曲线画在对数坐标轴中，如图6所示。从图中可以看出，当导水率较小(3×10^{-6}至5×10^{-6} m²/s)时，一维情况下和二维情况下的注灰量差别不大，但随着导水率的增加，这个差别也随之增大，并且有逐渐增大的趋势。随着一维曲线簇和二维曲线簇的分离，图形被两组曲线簇划分为三个区域：中间区域、左上区域和右下区域。假设浆液在裂隙中的流动状态只有一维、二维、一维和二维并存这三种状态，则这三个区域和两组曲线簇具有明显的物理意义，据此定义这三个区域分别为："正常区域"(中间区域)、"微小裂隙区域"(右下区域)和"扩展区域"(左上区域)。当数据点落在一维(或二维)曲线簇上，说明裂隙网络中的流动全部为一维(或二维)流动；当数据点落在中间区域，说明裂隙网络中既存在一维流动也存在二维流动，并且注灰量与导水率之间存在正相关关系，即导水率越大则注灰量也越大，因此该区域定义为"正常区域"；当数据点落在右下区域，说明在导水率相同的情况下注灰量比正常区域少，一种合理的解释为存在很多微小裂隙使得水能渗透这些裂隙而水泥浆液却不能，因此这个区域定义为"微小裂隙区域"；当数据点落在左上区域，说明在导水率相同的情况下注灰量比正常区域多，一种合理的解释为部分裂隙在灌浆压力作用下扩展变形，裂隙被扩张并延伸开来，这时裂隙隙宽和长度都被增大，从而出现注灰量增大的情况，因此这个区域定义为"扩展区域"。

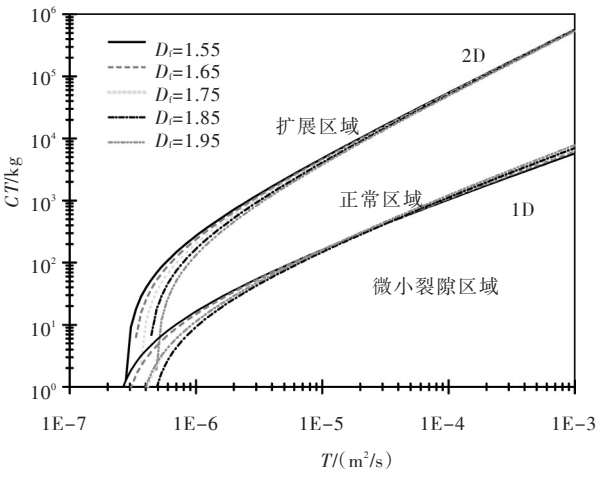

图6　注灰量与导水率关系曲线及3个灌浆区域的划分

为了验证图6所示的注灰量与导水率的关

系，本文选取中国西南部某水电工程的大坝基础帷幕灌浆的实测数据与本文的理论计算值进行对比。如图7所示为该工程大坝基础帷幕灌浆布置纵剖面图，图中斜线方框所示区域被选为本文的研究区域，该区域为河床坝段基础帷幕灌浆单元，也是该工程大坝基础防渗控制的主要区域。根据该区域开挖阶段所揭露的地质情况和统计参数，利用蒙特卡洛方法模拟得到该区域的离散裂隙网络模型，如图8所示。该模型的尺寸为70 m × 70 m，正好能覆盖研究区域的帷幕灌浆设计深度(65 m)。利用盒维法计算该裂隙网络裂隙迹长的分形维数，即利用不同尺寸的盒子去覆盖图8所示的裂隙网络，然后数出包含裂隙的盒子数目(N_c)及总盒子数(N_t)，最后将N_c和N_t的对数值画于散点图中，并对散点图进行线性拟合(如图9所示)，根据分形维数的定义[37]可知，图中直线的斜率即为裂隙迹长的分形维数。对于图8所示的裂隙网络，裂隙迹长分形维数的计算结果为1.65。

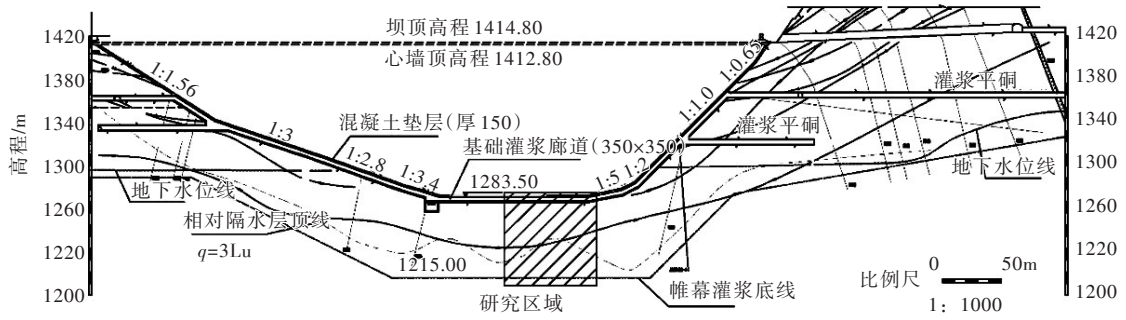

图7　大坝基础帷幕灌浆布置剖面图(单位：m)

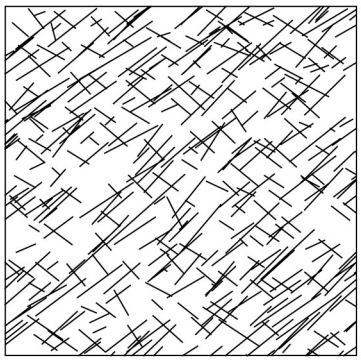

图8　研究区域的离散裂隙网络模型

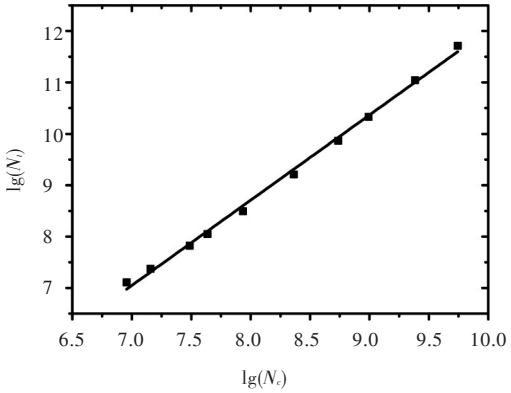

图9　盒维法计算分形维数

灌浆记录仪在灌浆工程中得到广泛的使用，灌浆过程中每一孔段的灌浆参数(如灌浆压力、流量、孔段长度、注灰量等)都被实时测量并保存下来。为了验证上一节推导的注灰量与导水率的关系，需要计算导水率的值，根据每一孔段的压水试验，利用Moye公式(式(30))可以计算得到导水率的值[49,60]。

$$T=\frac{Q_w\rho_w g}{2\pi\Delta P_w}\left[1+\ln\left(\frac{L}{2r_b}\right)\right] \tag{30}$$

式中：Q_w为压水流量；ρ_w为水的密度；g为重力加速度；ΔP_w为有效压水压力；L为压水试验段长度；r_b为灌浆孔半径。

得到导水率后，将每一孔段的导水率和注灰量的实测值画于散点图中，再将分形维数为1.65的一维和二维情况下的注灰量与导水率的关系曲线画在同一个图中，如图10所示。

从图10中可以看出，绝大多数实测数据点都落在两条曲线之间的正常区域。并且主要集中在靠近一维曲线附近的区域，二维曲线附近的数据点则较少，说明在该裂隙网络中呈一维流动状态的裂隙比例较大。此外，也有少量数据点落在了微小裂隙区域，说明裂隙网络中存在一定数量隙宽较小

的裂隙，水能轻易渗透这些裂隙，而水泥浆液却不能通过，从而导致导水率较大而注灰量较小的情况。再者，可以看到几乎没有数据点落在左上方的扩展区域，说明没有出现水力劈裂的情况。这个结论证明了图6所示的注灰量与导水率的关系是科学可靠的，同时也说明了3个灌浆区域的划分是合理的。因此，式(26)和式(28)所示的注灰量与导水率的关系表达式可以用来预测实际灌浆工程中的注灰量，图6所示的灌浆区域的划分可以用来预测和评价实际灌浆工程施工中的灌浆压力及灌浆材料使用的合理性。比如，若在实际灌浆施工中有较多数据点落在扩展区域，说明此时使用的灌浆压力过大，可能导致裂隙变形，进而出现水力劈裂现象，应该适当降低灌浆压力以保证结构安全；另外，若较多数据点落在微小裂隙区域，说明此时使用的灌浆材料不具有较好的可灌性，应该改用超细水泥或者化学灌浆等可灌性更好的灌浆材料才能达到更好的灌浆效果。只有当数据点落在两条曲线附近或者中间的正常区域，才说明此时的灌浆压力及灌浆材料的使用是合理的。

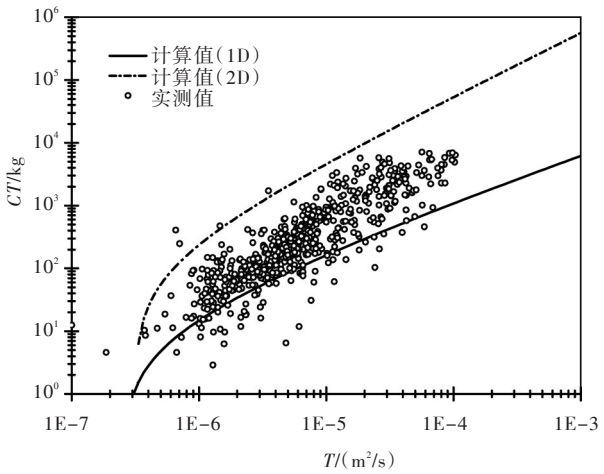

图10　注灰量与导水率的实测值与理论计算值的对比(D_f=1.65)

6　结论

裂隙岩体的渗透性主要取决于位于岩体中的节理和裂隙，由于裂隙岩体中的裂隙分布具有自相似性的分形特征，分形维数是描述这个特征的重要参数。本文首先根据单裂隙的立方定律和裂隙网络的分形特征，推导了导水率关于分形维数的解析表达式。计算值与已有研究成果进行了对比，结果显示本文的导水率公式与已有数值模拟结果具有很好的一致性。其次，根据裂隙网络的分形特征，考虑水泥浆液的可灌性问题，建立了裂隙岩体注灰量的分形模型，分析了注灰量与分形维数及裂隙迹长之间的关系，推导了注灰量与导水率之间的解析表达式，分析了不同分形维数及不同的流动状态下注灰量与导水率的关系。根据一维曲线和二维曲线对灌浆区域的划分，定义了3个有明显物理意义的灌浆区域，分别为正常区域、微小裂隙区域和扩展区域。最后，与工程实测数据做了对比，结果显示本文得到的注灰量与导水率关系式与实测数据能很好地吻合，证明了该关系式的可靠性和适用性，同时也证实了3个灌浆区域划分的合理性。因此本文得到的注灰量与导水率的关系表达式可以用来对实际灌浆工程的注灰量进行预测和分析，3个灌浆区域的划分可以用来预测和评价实际灌浆工程施工中的灌浆压力及灌浆材料使用的合理性以及灌浆的可灌性。

由于在推导导水率和注灰量与分形维数的关系式的过程中，假设裂隙迹长的分布是连续的，因此本文推导的关系式只适用于裂隙迹长分布比较连续的裂隙网络。对于裂隙迹长分布比较分散的裂隙网络，则需要更进一步的研究。

参　考　文　献：

[1] 倪绍虎，何世海，汪小刚，等．裂隙岩体水力学特性研究[J]．岩石力学与工程学报，2012，31(3)：488-498．

[2] 帅伟．保德地区太原组裂隙特征及成因分析[D]．北京：中国矿业大学，2014．

[3] BARENBLATT G I, ZHELTOV I P, KOCHINA I N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks [strata][J]. Journal of Applied Mathematics & Mechanics, 1960, 24(5): 1286-1303.

[4] BAGHBANAN A, JING L. Hydraulic properties of fractured rock masses with correlated fracture length and aperture[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2007, 44(5): 704-719.
[5] KOYAMA T, NERETNIEKS I, JING L. A numerical study on differences in using Navier-Stokes and Reynolds equations for modeling the fluid flow and particle transport in single rock fractures with shear[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2008, 45(7): 1082-1101.
[6] ZHAO Z, JING L, NERETNIEKS I, et al. Numerical modeling of stress effects on solute transport in fractured rocks[J]. Computers & Geotechnics, 2011, 38(2): 113-126.
[7] 刘日成，蒋宇静，李博，等. 岩体裂隙网络等效渗透系数方向性的数值计算[J]. 岩土力学，2014(8)：2394-2400.
[8] RAZA A, BING C H, NAGARAJAN R, et al. Experimental Investigation on Sandstone Rock Permeability of Pakistan Gas Fields[C]//Iop Conference Series: Materials Science & Engineering. 2015.
[9] WANG J, HU H, GUAN W. The evaluation of rock permeability with streaming current measurements[J]. Geophysical Journal International, 2016, 206(3): ggw231.
[10] DREUZY J R D, DAVY P, BOUR O. Hydraulic properties of two-dimensional random fracture networks following power law distributions of length and aperture[J]. Water Resources Research, 2002, 38(12): 12-1-12-9.
[11] LEUNG C T O, ZIMMERMAN R W. Estimating the Hydraulic Conductivity of Two-Dimensional Fracture Networks Using Network Geometric Properties[J]. Transport in Porous Media, 2012, 93(3): 777-797.
[12] BERRONE S, PIERACCINI S, SCIALÒ S. Towards effective flow simulations in realistic discrete fracture networks[J]. Journal of Computational Physics, 2016, 310: 181-201.
[13] ZHANG Z, NEMCIK J. Fluid flow regimes and nonlinear flow characteristics in deformable rock fractures[J]. Journal of Hydrology, 2013, 477(1): 139-151.
[14] LIU R, LI B, JIANG Y. Critical hydraulic gradient for nonlinear flow through rock fracture networks: The roles of aperture, surface roughness, and number of intersections[J]. Advances in Water Resources, 2016, 88: 53-65.
[15] LIU R, JIANG Y, LI B. Effects of intersection and dead-end of fractures on nonlinear flow and particle transport in rock fracture networks[J]. Geosciences Journal, 2016, 20(3): 415-426.
[16] LI B, LIU R, JIANG Y. Influences of hydraulic gradient, surface roughness, intersecting angle, and scale effect on nonlinear flow behavior at single fracture intersections[J]. Journal of Hydrology, 2016, 538: 440-453.
[17] MANDELBROT B. How Long Is the Coast of Britain? Statistical Self-Similarity and Fractional Dimension[J]. Science, 1967, 156(3775): 636-638.
[18] MANDELBROT B. The Fractal Geometry of Nature[D]. New York: W. H. Freeman and Co. 1982.
[19] 吴中如，潘卫平. 分形几何理论在岩土边坡稳定性分析中的应用[J]. 水利学报，1996(4)：79-82.
[20] 刘德平. 分形理论在水文过程形态特征分析中的应用[J]. 水利学报，1998(2)：20-25.
[21] 孙大松，刘鹏，夏小和，等. 非饱和土的渗透系数[J]. 水利学报，2004(3)：71-75.
[22] 赖道平，吴中如，周红. 分形学在大坝安全监测资料分析中的应用[J]. 水利学报，2004(1)：100-104.
[23] 卢波，陈剑平，葛修润，等. 节理岩体结构的分形几何研究[J]. 岩石力学与工程学报，2005，24(3)：461-467.
[24] 张晨，陈剑平，王清，等. 基于分形理论和流域水系分布特征的泥石流研究[J]. 水利学报，2011，42(3)：351-356.
[25] 黄才安，周济人，赵晓冬，等. 基于分形理论的流速及含沙量垂线分布规律研究[J]. 水利学报，2013，44(9)：1044-1049.
[26] 张兰丁. 用分形几何理论研究圆管糙率及其实用意义[J]. 水利学报，2016，47(8)：1054-1061.
[27] BARTON C C, LARSEN E. Fractal geometry of two-dimensional fracture networks at yucca mountain, southwestern Nevada[C]//Proceedings of the international symposium on fundamentals of rock joints. Bjorkliden, Sweden, 1985: 77-84.
[28] BARTON C A, ZOBACK M D. Self-similar distribution and properties of macroscopic fractures at depth in crystalline rock in the Cajon Pass Scientific Drill Hole[J]. Journal of Geophysical Research, 1992, 97(B4): 5181-5200.
[29] POINTE P R L. A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry[J]. Interna-

tional Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1988, 25(6): 421-429.

[30] KULATILAKE P H S W, SHOU G, HUANG T H, et al. New peak shear strength criteria for anisotropic rock joints[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1995, 32(7): 673-697.

[31] BONNET E, BOUR O, ODLING N E, et al. Scaling of fracture systems in geological data[J]. Reviews of Geophysics, 2001, 39(3): 347-383.

[32] SAHIMI M. Flow and transport in porous media and fractured rock[D]. Wiley. Com, 2012.

[33] ZHAO Y, FENG Z, LIANG W, et al. Investigation of fractal distribution law for the trace number of random and grouped fractures in a geological mass[J]. Engineering Geology, 2009, 109(3): 224-229.

[34] XIAO B, FAN J, DING F. Prediction of Relative Permeability of Unsaturated Porous Media Based on Fractal Theory and Monte Carlo Simulation[J]. Energy & Fuels, 2012, 26(11): 6971-6978.

[35] JAFARI A, BABADAGLI T. Estimation of equivalent fracture network permeability using fractal and statistical network properties[J]. Journal of Petroleum Science & Engineering, 2012, 92-93(4): 110-123.

[36] ZHENG Q, YU B. A fractal permeability model for gas flow through dual-porosity media[J]. Journal of Applied Physics, 2012, 111(2): 024316 - 024316-7.

[37] CAO H T, YI X Y, LU Y, et al. A fractal analysis of fracture conductivity considering the effects of closure stress [J]. Journal of Natural Gas Science & Engineering, 2016, 32: 549-555.

[38] MIAO T, YU B, DUAN Y, et al. A fractal analysis of permeability for fractured rocks[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2015, 81(81): 75-80.

[39] LIU R, JIANG Y, LI B, et al. A fractal model for characterizing fluid flow in fractured rock masses based on randomly distributed rock fracture networks[J]. Computers & Geotechnics, 2015, 65: 45-55.

[40] LIU R, LI B, JIANG Y. A fractal model based on a new governing equation of fluid flow in fractures for characterizing hydraulic properties of rock fracture networks[J]. Computers & Geotechnics, 2016, 75: 57-68.

[41] YU B, LI J. Some Fractal Characters of Porous Media [J]. Fractals, 2001, 9(3): 365-372.

[42] YU B, CHENG P. A fractal permeability model for bi-dispersed porous media[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2002, 45(14): 2983-2993.

[43] YUN M, YU B, CAI J. A fractal model for the starting pressure gradient for Bingham fluids in porous media[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2008, 51(5): 1402-1408.

[44] MIAO T, YANG S, LONG Z, et al. Fractal analysis of permeability of dual-porosity media embedded with random fractures[J]. International Journal of Heat & Mass Transfer, 2015, 88: 814-821.

[45] 刘波, 金爱兵, 高永涛, 等. 基于分形几何理论的DFN模型构建方法研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(S1): 625-630.

[46] CHELIDZE T, GUEGUEN Y. Evidence of fractal fracture[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Science & Geomechanics Abstracts, 1990, 27(3): 223-225.

[47] TORABI A, BERG S S. Scaling of fault attributes: A review[J]. Marine & Petroleum Geology, 2011, 28(8): 1444-1460.

[48] SCHULTZ R A, SOLIVA R, FOSSEN H, et al. Dependence of displacement-length scaling relations for fractures and deformation bands on the volumetric changes across them[J]. Journal of Structural Geology, 2008, 30(11): 1405-1411.

[49] STILLE H, GUSTAFSON G, HASSLER L. Application of New Theories and Technology for Grouting of Dams and Foundations on Rock[J]. Geotechnical & Geological Engineering, 2012, 30(3): 603-624.

[50] FRANSSON Å, GUSTAFSON G. The use of transmissivity data from the probe holes for predicting tunnel grouting: Analyses of data from the access tunnel to the Äspö hard rock laboratory[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2000, 15(4): 365-368.

[51] SNOW D T. The frequency and apertures of fractures in rock[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Science & Geomechanics Abstracts, 1970, 7(1): 23-40.

[52] ZIMMERMAN R W, BODVARSSON G S. Hydraulic conductivity of rock fractures[J]. Transport in Porous Media, 1996, 23(1): 1-30.

[53] FRANSSON Å. Characterisation of fractured rock for grouting using hydrogeological methods[D]. Göteborg, Swe-

den: Chalmers University of Technology, 2001.
[54] JAFARI A, BABADAGLI T. Effective fracture network permeability of geothermal reservoirs[J]. Geothermics, 2011, 40(1): 25-38.
[55] GUSTAFSON G, STILLE H. Stop criteria for cement grouting[J]. Felsbau. 2005, 23: 62-68.
[56] GUSTAFSON G, CLAESSON J, FRANSSON Å. Steering Parameters for Rock Grouting[J]. Journal of Applied Mathematics, 2013, 2013(1): 1-9.
[57] ERIKSSON M, STILLE H. A Method for Measuring and Evaluating the Penetrability of Grouts[J]. Geotechnical Special Publication, 2003(120): 1326-1337.
[58] EKLUND D, STILLE H. Penetrability due to filtration tendency of cement-based grouts[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 2005, 23(4): 389-398.
[59] YANG C P. Estimating cement take and grout efficiency on foundation improvement for Li-Yu-Tan dam[J]. Engineering Geology, 2004, 75(1): 1-14.
[60] MOYE D G. Diamond drilling for foundation exploration[J]. Civ Eng Trans Inst Eng Aust, 1967, 45(17): 95-100.

Research on the relationship between cement take and transmissivity of fractured rocks under dam foundation based on fractal theory

FAN Guichao, ZHONG Denghua, REN Bingyu, WU Han, LI Xiaochao
(*State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin* 300072, *China*)

Abstract: Due to the imperceptibility and uncertainty of the fractures and cracks under the dam foundation, it is difficult to accurately evaluate the permeability and groutability of the fractured rocks. As a useful tool to describe the natural fracture networks, discrete fracture network can represent the statistical properties of the natural fracture networks, but it cannot reveal the microscopic characteristics and internal relations of the fractures in the fractured rocks. The fractal geometry, proposed by Mandelbrot, is an important tool to describe the characteristics of the fractal objects. The fractures distributed in fracture networks have been found to exhibit fractal characteristics, many researchers have studied the permeability of fracture networks by using this theory. However, the groutability and grout take of the fractured rocks have been rarely researched. In this paper, firstly, the fractal model of permeability and groutability for the fractured rocks are established, the equation of relationship between transmissivity and fractal dimension is derived. By comparing with the existing research results, the equation is proved to be reliable. Secondly, the fractal model of cement take for the fractured rocks grouting is analyzed, based on which the equation of relationship between cement take and transmissivity is derived. According to the delimitation by the curve of cement take vs transmissivity, the graph is divided into three grouting zones, which are defined as normal zone, tiny fracture zone and dilation zone, respectively. Finally, for verification purposes, the measured data from a cement grouting project in China are compared with the calculation values, the results show that the relationship between cement take and transmissivity derived in the paper is reliable, and defined grouting zones is reasonable and important. Therefore, the relationship and the grouting zones can used to predict and evaluate the reasonability and groutability of grouting.

Keywords: dam foundation; fractured rocks; fractal theory; cement grouting; transmissivity; cement take

(责任编辑：韩　昆)