

文章编号:0559-9350(2018)06-0741-08

## 边坡稳定极限分析斜条分上限法的全局优化方法

孙平<sup>1</sup>, 陈玺<sup>2</sup>, 王玉杰<sup>1</sup>

(1. 中国水利水电科学研究院 岩土工程研究所, 北京 100048; 2. 西安理工大学 水利水电学院, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 边坡稳定极限分析斜条分上限法需要寻求最小安全系数对应的临界滑动模式。由于待优化变量中包含了滑裂面位置与条块界面倾角, 问题的自由度与非线性程度明显增加, 寻找安全系数的整体极值变得十分困难。本文建立了任意形状滑裂面通过与不通过软弱夹层两种情况下斜条分上限法滑动模式优化的数学模型。为保证在随机搜索过程中生成合理的滑动模式, 引入一系列约束条件, 将临界滑动模式的搜索问题转化为一个有界约束的数学极小值问题, 并结合遗传算法和粒子群算法两种全局优化方法, 对多个典型算例进行对比分析。研究表明, 提出的模型可以解决优化过程中生成不合理滑动模式的问题, 不仅极大地提高了优化效率, 而且可以避免数值计算不收敛的麻烦; 将模型与全局优化算法相结合, 在大多数情况下能够得到一个合理的、与极限平衡解十分接近的上限解, 具有较好的全局收敛性。

**关键词:** 边坡稳定; 临界滑动模式; 斜条分上限法; 全局优化

中图分类号: TV223

文献标识码: A

doi: 10.13243/j.cnki.slxb.20170984

## 1 研究背景

极限平衡法与极限分析上限法是工程中解决边坡稳定问题的两种常用方法。极限平衡法只考虑力与力矩平衡条件, 不考虑变形协调条件, 本质上是一种近似方法, 需要引入假定才能使问题变为静定。此外, 极限平衡法获得的解不受塑性力学上限或下限定理的支持, 既不是一个上限解, 也不是一个下限解<sup>[1]</sup>。极限分析上限法基于塑性力学的上限定理, 通过在滑坡体内部构筑一个机动许可的速度场, 利用功能平衡方程求解边坡安全系数, 理论基础严格。Donald等<sup>[2]</sup>提出了对土条进行斜条分的极限分析上限方法, 该方法将滑坡体离散为一系列具有倾斜界面的条块, 在假定滑坡体的底滑面与条块界面同时达到极限状态的前提下, 应用Mohr-Coulomb相关联流动法则建立一个机动许可的速度场, 再利用虚功原理求解安全系数。陈祖煜等<sup>[3]</sup>在此基础上开发了岩质边坡稳定分析上限法程序EMU, 极大地推动了这一方法在水利水电工程中的应用<sup>[2-4]</sup>。

临界滑动模式的搜索是边坡稳定分析中十分关键的一步。在二维极限平衡法领域, 众多学者在应用最优化方法搜索临界滑裂面方面开展了深入的研究工作, 取得了丰富的成果<sup>[5-12]</sup>。应该说, 无论是圆弧滑裂面还是任意形状滑裂面, 搜索安全系数的整体极小值问题已经得到较好的解决<sup>[5]</sup>。在二维极限分析斜条分上限法领域, 由于待优化变量中包括了滑裂面位置与条块界面倾角, 导致自由度与非线性程度大大增加, 寻找安全系数的整体极小值变得十分困难。Donald<sup>[2]</sup>以滑面控制点坐标与条块界面倾角作为待优化变量, 应用单纯形法与随机搜索法相结合搜索临界滑动模式。吴超等<sup>[13]</sup>将改进遗传算法应用于地基承载力临界滑动模式的求解, 但该方法不仅需要人为指定自变量搜索范围, 而

收稿日期: 2017-10-11; 网络出版日期: 2018-06-27

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1882.TV.20180627.1034.003.html>

基金项目: 国家重点研发计划课题(2017YFC1501103, 2016YFC0401804); 国家自然科学基金项目(51709282)

作者简介: 孙平(1976-), 男, 湖北荆州人, 博士, 高级工程师, 主要从事大坝及高边坡稳定与变形研究。

E-mail: sunping@iwhr.com

且搜索过程中还需要剔除大量不合理的滑动模式，计算效率较低。Leshchinsky<sup>[14]</sup>提出将离散组合优化方法(Discontinuity layout optimization, 即DLO)与极限分析上限法相结合(DLO-LA), 寻找复杂边坡最小安全系数对应的临界滑动模式。该方法的基本思想是, 在边坡内部与表面预先布置一系列均匀分布的网格点, 试算滑裂面与条块界面均由网格点的连线组成, 并采用动态规划法进行临界滑动模式的搜索。该处理方式试图将连续的优化问题转化为离散优化问题, 使计算精度与结果严重依赖于网格点的布置。当前, 应用最优化方法搜索斜条分上限法滑动模式的研究成果相对较少, 且无法保证在任何情况下都收敛到全局最优解<sup>[3]</sup>。

边坡稳定极限分析斜条分上限法中临界滑动模式的搜索, 本质上是一个工程的极小值问题, 通过构造合理的优化模型, 将这一工程上的极小值问题转化为数学上的极值问题, 是十分关键的一步。本文通过对滑裂面控制点坐标与条块界面倾角引入一系列的约束条件, 避免在随机搜索过程中生成不合理滑动模式, 进而提出滑裂面通过与不通过软弱夹层两种情况下斜条分上限法滑动模式的优化模型, 将该模型与全局优化方法结合, 寻找边坡的临界滑动模式, 并通过一系列经典算例的对比分析, 对本文提出的方法的可行性与有效性进行验证。

## 2 边坡稳定极限分析斜条分上限法

极限分析斜条分上限法假定, 当滑坡体处于极限状态时, 底滑面与分界面同时达到极限状态。本文以图1所示的两个块体组合的平面滑动问题为例进行说明。

首先引入破坏面上“组合摩擦力”概念。破坏面上的抗剪力可分为两部分: 一部分为“凝聚力”, 其值为 $c_e A$ ,  $A$ 为破坏面面积; 另一部分为法向力 $N$ 与由 $N$ 确定的摩擦阻力 $N \tan \varphi_e$ 的合力, 称之为“组合摩擦力”。变量中下标‘e’表示破坏面上的抗剪强度指标 $\tan \varphi$ 与 $c$ 经安全系数 $F$ 折减后的值, 即:  $\tan \varphi_e = \tan \varphi / F$ ,  $c_e = c / F$ 。

对左、右块体分别建立静力平衡方程, 有:

$$W_l + P_{l,e} + P_{j,e} + C_{l,e} + C_{j,e} = 0 \quad (1)$$

$$W_r + P_{r,e} - P_{j,e} + C_{r,e} + C_{j,e} = 0 \quad (2)$$

式中:  $W_l$ 、 $W_r$ 分别为左、右块体的体积力;  $P_{l,e}$ 、 $P_{r,e}$ 、 $P_{j,e}$ 分别为左、右块体底滑面及条块界面 $AB$ 上的组合摩擦力;  $C_{l,e}$ 、 $C_{r,e}$ 、 $C_{j,e}$ 分别为左、右块体底滑面及条块界面 $AB$ 上的凝聚力。

极限分析定理假定材料服从相关联流动法则<sup>[1]</sup>。基于这一假定, 已经证明Mohr-Coulomb材料发生剪切破坏时, 破坏面上的塑性速度 $V$ 与破坏面的夹角为内摩擦角 $\varphi$ <sup>[1, 3]</sup>。左、右块体的塑性速度分别用 $V_l$ 和 $V_r$ 表示, 与底滑面夹角分别用 $\varphi_{l,e}$ 和 $\varphi_{r,e}$ 表示, 在条块界面 $AB$ 上, 左块体相对右块体的塑性速度 $V_j$ 为:

$$V_j = V_l - V_r \quad (3)$$

同理,  $V_j$ 和 $AB$ 的夹角为条块界面的摩擦角 $\varphi_{j,e}$ 。

可以证明, 破坏面上的组合摩擦力与塑性速度垂直。本文结合图2进行说明。

如图2所示, 设线段 $AB$ 为边坡内任意一个破坏面(即底

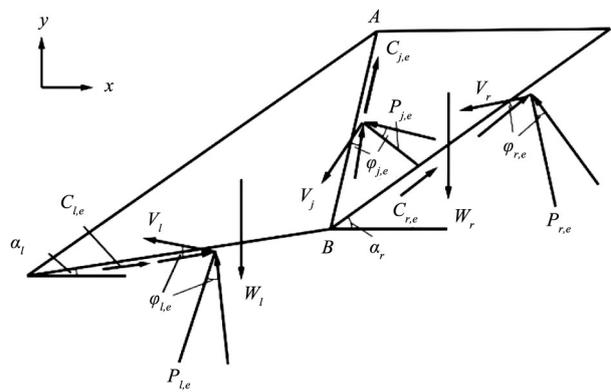


图1 双块体滑动模式的速度场

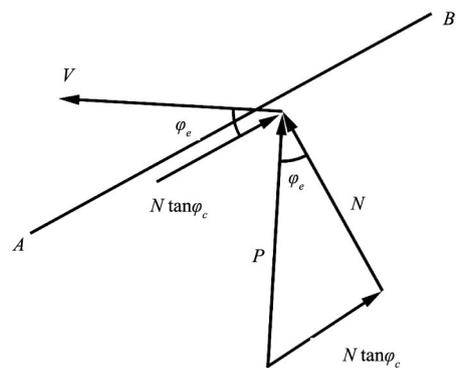


图2 破坏面上的组合摩擦力P与塑性速度V

滑面或条块界面)。当滑坡体达到极限状态时, 作用于该面上的法向力  $N$  与抗剪力  $T$  满足 Mohr-Coulomb 屈服准则, 即:

$$T = N \tan \varphi_e + c_e A \quad (4)$$

式中:  $\varphi_e$ 、 $c_e$  分别为  $AB$  面上经安全系数  $F$  折减后的摩擦角与凝聚力;  $A$  为  $AB$  面的面积。

如前所述,  $AB$  面上的组合摩擦力  $P$  为法向力  $N$  与摩擦阻力  $N \tan \varphi_e$  的合力, 则  $P$  与破坏面法向方向的夹角为  $\varphi_e$ 。同时, 因塑性速度  $V$  与  $AB$  面之间夹角为内摩擦角  $\varphi_e$ , 故  $P$  与  $V$  垂直。

令左、右块体所受的力分别沿塑性速度  $V_l$  和  $V_r$  做功, 由于作用在底滑面和条块界面上的组合摩擦力  $P_{l,e}$ 、 $P_{r,e}$  和  $P_{j,e}$  分别与  $V_l$ 、 $V_r$  和  $V_j$  垂直, 故这些内力沿该位移作的功均为零。

根据虚功原理, 令: 式(1)× $V_l$ +式(2)× $V_r$ , 有

$$W_l V_l + W_r V_r + C_{l,e} V_l + C_{r,e} V_r + C_{j,e} V_j = 0 \quad (5)$$

式(5)的标量表达式为:

$$A_l c_{e,l} \cos \varphi_{e,l} V_l + A_r c_{e,r} \cos \varphi_{e,r} V_r + A_j c_{j,e} \cos \varphi_{j,e} V_j = W_l V_l \cos \psi_l + W_r V_r \cos \psi_r \quad (6)$$

式中,  $\psi_l$ 、 $\psi_r$  分别为左、右块体的体积力与  $V_l$  和  $V_r$  的夹角。

式(6)中包含 4 个未知量, 即  $V_l$ 、 $V_r$ 、 $V_j$  以及隐含于下标‘ $e$ ’中的安全系数  $F$ 。由于  $V_r$ 、 $V_j$  均可表达成  $V_l$  的线性函数<sup>[3]</sup>, 故等式两侧的  $V_l$ 、 $V_r$ 、 $V_j$  均可消去, 这样式(6)中仅包含唯一的未知量  $F$ , 可采用迭代法进行求解。

上述双块体滑动模式的求解方法可以很方便的推广到多块体滑动模式。

### 3 斜条分上限法滑动模式的优化模型

**3.1 边坡几何模型定义与约束条件** 在如图 3 所示的坐标系中, 一般将边坡剖面简化为由若干线段组成的图形, 定义其几何模型如下:  $y=o(x)$  为坡面线;  $y=w(x)$  为软弱夹层线;  $y=b(x)$  为底边界线;  $y=s(x)$  为滑裂面曲线。

在二维边坡稳定分析中, 通常用  $m$  个控制点  $A_1, A_2, \dots, A_m$  以直线或光滑曲线连接来模拟任意形状滑裂面, 其坐标分别用  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$  表示, 令  $x_1 < x_2 < \dots < x_m$ 。各控制点的条块界面与坡面线的交点用  $B_i (i=2, 3, \dots, m-1)$  表示, 规定条块界面倾角  $\theta$  为  $A_i B_i$  与  $y$  轴正向的夹角, 由正  $y$  方向转向正  $x$  方向为正。

此外, 软弱夹层线  $y=w(x)$  被简化为由  $n$  个点  $M_1, M_2, \dots, M_n$  组成的多段线, 其坐标分别用  $(wx_1, wy_1), (wx_2, wy_2), \dots, (wx_n, wy_n)$  表示, 令  $wx_1 < wx_2 < \dots < wx_n$ 。当软弱夹层的厚度与边坡高度相比可以忽略不计时, 按无厚度处理<sup>[3]</sup>。规定在优化的过程中, 滑裂面控制点  $A_2$  与  $A_{m-1}$  分别在线段  $M_1 M_2$  与  $M_{n-1} M_n$  上移动。

边坡抗滑稳定安全系数  $F$  可表示为:

$$F = f(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m) \quad (7)$$

滑裂面的相邻控制点之间采用等分方式进一步细分条块, 并约定各细分点的条块界面为各细分点与相邻两控制点条块界面交点的连线, 如图 3 所示。

优化过程中为避免构造不合理滑动模式, 引入以下约束条件:

- (1) 滑裂面为下凸形。
- (2) 除剪入与剪出段外, 滑裂面不能与坡面线相交。
- (3) 相邻控制点所在的直线与  $x$  轴的夹角  $\alpha_i$  应控制在一个合理的范围内<sup>[5]</sup>, 即:  $-45^\circ \leq \alpha_i \leq 80^\circ$ 。
- (4) 相邻控制点的条块界面不能在坡体内相交。

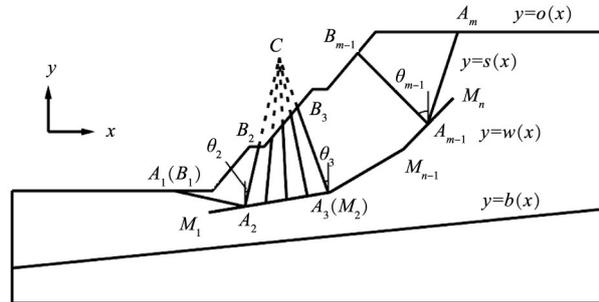


图3 边坡几何模型

(5) 条块界面倾角  $\theta_i$  应在一个合理的范围内<sup>[14]</sup>, 即:  $-90^\circ < \theta_i < 90^\circ$ 。

### 3.2 滑裂面不通过软弱夹层时滑动模式的构造步骤

3.2.1 确定滑裂面剪入点与剪出点  $x$  坐标的变化范围 如图4所示, 根据边坡的几何形状, 滑裂面的剪入点  $A_1$  与剪出点  $A_m$  在水平方向的变化范围分别用  $[L_{\min}, L_{\max}]$  与  $[R_{\min}, R_{\max}]$  表示。用无量纲的标准变量表示, 有:

$$VX_1 = \frac{x_1 - L_{\min}}{L_{\max} - L_{\min}} \quad (8)$$

$$VX_m = \frac{x_m - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \quad (9)$$

当点  $A_1$  与  $A_m$  的  $x$  坐标确定后, 其  $y$  坐标可由函数  $y=o(x)$  唯一确定。

3.2.2 确定滑裂面中间控制点  $A_2, A_3, \dots, A_{m-1}$  的  $x$  坐标的变化范围 为使任意滑裂面构造更为灵活, 将  $(x_1, x_m)$  进行  $m-2$  等分(图5), 各分点  $a_i$  的计算式为:

$$a_i = \begin{cases} x_1 & i = 1 \\ x_1 + \frac{x_m - x_1}{m-2}(i-1) & 2 \leq i \leq m-1 \\ x_m & i = m \end{cases} \quad (10)$$

滑裂面中间控制点  $A_i (i=2, \dots, m-1)$   $x$  坐标的变化范围为  $[a_i, a_{i+1}]$ , 用无量纲的标准变量表示, 有

$$VX_i = \frac{x_i - a_i}{a_{i+1} - a_i} \quad i = 2, 3, \dots, m-1 \quad (11)$$

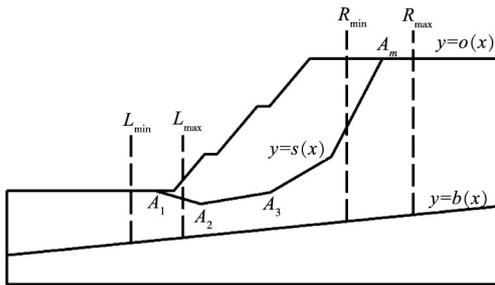


图4 滑裂面剪入与剪出点坐标的确定

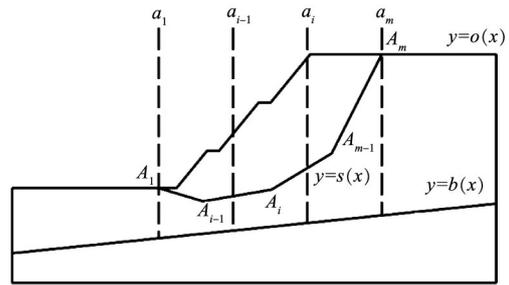


图5 滑裂面中间控制点  $x$  坐标变化范围

3.2.3 确定滑裂面中间控制点  $A_i$  的  $y$  坐标的变化范围  $[y_{i,\min}, y_{i,\max}]$  如图6所示, 过滑裂面控制点  $A_i (i=2, \dots, m-1)$  的竖直线用  $L_i$  表示。

下限  $y_{i,\min}$  的确定方法为:

(1) 控制点位于底边界  $y=b(x)$  的上方。直线  $L_i$  与曲线  $y=b(x)$  求交, 交点的  $y$  坐标用  $y_1$  表示;

(2) 根据约束条件1, 直线  $A_{i-2}A_{i-1}$  与  $L_i$  求交, 交点的  $y$  坐标用  $y_2$  表示;

(3) 根据约束条件3, 过点  $A_{i-1}$  且与水平线夹角为  $-45^\circ$  的直线与直线  $L_i$  求交, 交点的  $y$  坐标用  $y_3$  表示。则  $y_{i,\min} = \max(y_1, y_2, y_3)$ 。

上限  $y_{i,\max}$  的确定方法为:

(1) 直线  $L_i$  与曲线  $y=o(x)$  求交, 交点的  $y$  坐标用  $y_4$  表示;

(2) 根据约束条件1, 直线  $A_{i-1}A_m$  与直线  $L_i$  求交, 交点的  $y$  坐标用  $y_5$  表示;

(3) 根据约束条件2, 令  $P$  表示  $x$  坐标在  $[x_{i-1}, x_i]$  之间的坡面线端点的集合, 即:

$$P(x, y) = \{(x, y) | y = o(x), x_{i-1} \leq x \leq x_i\} \quad (12)$$

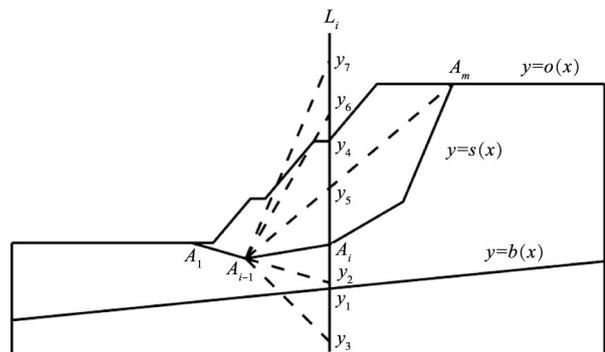


图6 滑裂面中间控制点  $y$  坐标变化范围

过点  $A_{i-1}$  与集合  $P$  中所有点的直线与  $L_i$  求交，交点  $y$  坐标的最小值用  $y_6$  表示；

(4) 根据约束条件 3，过点  $A_{i-1}$  且与水平线夹角为  $80^\circ$  的直线与直线  $L_i$  求交，交点的  $y$  坐标用  $y_7$  表示。则  $y_{i,\max} = \min(y_4, y_5, y_6, y_7)$ 。用无量纲的标准变量表示，有：

$$VY_i = \frac{y_i - y_{i,\min}}{y_{i,\max} - y_{i,\min}} \quad i = 2, 3, \dots, m-1 \quad (13)$$

3.2.4 确定条块界面倾角  $\theta_i$  的变化范围  $[\theta_{i,\min}, \theta_{i,\max}]$  条块界面倾角的变化范围如图 7 所示。

下限  $\theta_{i,\min}$  的确定方法为：

- (1) 线段  $A_i A_{i-1}$  与  $y$  轴正向的夹角，记为  $\beta_1$ ；
- (2) 根据约束条件 5，令  $\beta_2 = -90^\circ$ ；
- (3) 根据约束条件 4，记线段  $A_i B_{i-1}$  与  $y$  轴正向的夹角，记为  $\beta_3$ 。则  $\theta_{i,\min} = \max(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ 。

上限  $\theta_{i,\max}$  的确定方法为：

- (1) 根据约束条件 4，令  $\beta_4 = \theta_{i-1}$ ；
- (2) 根据约束条件 5，令  $\beta_5 = 90^\circ$ ；
- (3) 线段  $A_i A_m$  与  $y$  轴正向的夹角，记为  $\beta_6$ 。则  $\theta_{i,\max} = \min(\beta_4, \beta_5, \beta_6)$ 。用无量纲的标准变量表示，有：

$$VD_i = \frac{\theta_i - \theta_{i,\min}}{\theta_{i,\max} - \theta_{i,\min}} \quad (14)$$

### 3.3 滑裂面通过软弱夹层时滑动模式的构造步骤

3.3.1 确定位于软弱夹层上的滑裂面 如图 8 所示，滑裂面控制点  $A_2$  在线段  $M_1 M_2$  上移动，其  $x$  坐标的变化范围为  $[wx_1, wx_2]$ ，用无量纲的标准变量表示，有：

$$VX_2 = \frac{x_2 - wx_1}{wx_2 - wx_1} \quad (15)$$

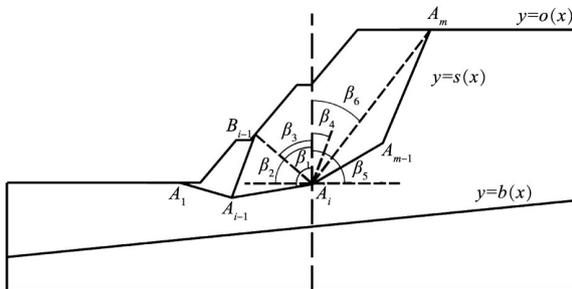


图 7 条块界面倾角的变化范围

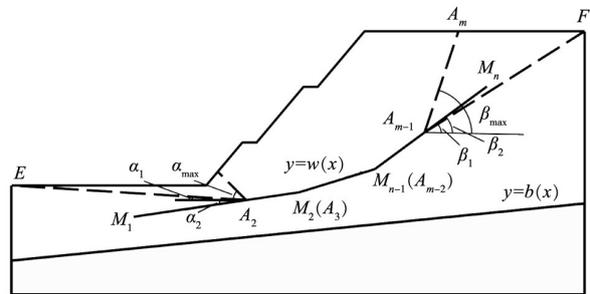


图 8 滑裂面剪入与剪出段倾角的变化范围

同理，点  $A_{m-1}$  在线段  $M_{n-1} M_n$  上移动，其  $x$  坐标的变化范围为  $[wx_{n-1}, wx_n]$ ，用无量纲的标准变量表示，有：

$$VX_{m-1} = \frac{x_{m-1} - wx_{n-1}}{wx_n - wx_{n-1}} \quad (16)$$

3.3.2 确定滑裂面剪出段  $A_2 A_1$  与  $x$  轴负方向的夹角  $\alpha$  的变化范围  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$  滑裂面剪入与剪出段倾角的变化范围，如图 8 所示。

下限  $\alpha_{\min}$  的确定方法为：

- (1) 滑裂面剪出点  $A_1$  在坡面线上。记坡面线的左端点为  $E$ ，线段  $A_2 E$  与  $x$  轴负方向的夹角记为  $\alpha_1$ ；
- (2) 根据约束条件 1，线段  $A_3 A_2$  与  $x$  轴负方向的夹角记为  $\alpha_2$ 。则  $\alpha_{\min} = \max(\alpha_1, \alpha_2)$ 。

上限  $\alpha_{\max}$  的确定方法为：

由约束条件 3 确定上限  $\alpha_{\max} = 80^\circ$ 。用无量纲的标准变量表示，有：

$$VA_1 = \frac{\alpha - \alpha_{\min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}} \quad (17)$$

### 3.3.3 确定滑裂面剪入段 $A_{m-1}A_m$ 与 $x$ 轴正方向的夹角 $\beta$ 的变化范围 $[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$

下限  $\beta_{\min}$  的确定方法为：

(1) 滑裂面控制点  $A_m$  在坡面线上。记坡面线的右端点为  $F$ ，线段  $A_{m-1}F$  与  $x$  轴正方向的夹角记为  $\beta_1$ ；

(2) 根据约束条件 1，线段  $A_{m-2}A_{m-1}$  与  $x$  轴正向的夹角记为  $\beta_2$ 。则  $\beta_{\min} = \max(\beta_1, \beta_2)$ 。

上限  $\beta_{\max}$  的确定方法为：

由约束条件 3 确定上限  $\beta_{\max} = 80^\circ$ 。用无量纲的标准变量表示，有：

$$VA_m = \frac{\beta - \beta_{\min}}{\beta_{\max} - \beta_{\min}} \quad (18)$$

条块界面倾角  $\theta_i$  的变化范围的确定方法与前文相同，故不再赘述。

### 3.4 最优化数学模型与优化求解

综上所述，对于滑裂面不通过软弱夹层的情况，建立的优化模型为：

$$\min F = f(VX_1, VX_2, \dots, VX_m, VY_2, VY_3, \dots, VY_{m-1}, VD_2, VD_3, \dots, VD_{m-1}) \quad (19)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} VX_i \in [0, 1], i = 1, 2, \dots, m \\ VY_i \in [0, 1], i = 2, 3, \dots, m-1 \\ VD_i \in [0, 1], i = 2, 3, \dots, m-1 \end{cases}$$

对于滑裂面通过软弱夹层的情况，其最优化数学模型为：

$$\min F = f(VX_2, VX_{m-1}, VA_1, VA_m, VD_2, VD_3, \dots, VD_{m-1}) \quad (20)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} VX_2, VX_{m-1} \in [0, 1] \\ VA_1, VA_m \in [0, 1] \\ VD_i \in [0, 1], i = 2, 3, \dots, m-1 \end{cases}$$

可以看出，通过建立斜条分上限法滑动模式的数学模型，滑动模式的搜索问题转化为一个多自由度的有界约束极小值问题。下文将遗传算法(GA)和粒子群算法(PSO)这两种在工程中应用广泛的全局优化算法与本文方法相结合，开展临界滑动模式的搜索计算。

## 4 算例分析

### 4.1 算例 1: ACADS 考核题 1(c)

本算例为一个无软弱夹层的非均质土坡，如图 9 所示，各土层的物理力学参数如表 1 所示。文献[5]与文献[3]分别采用 STAB 程序(Bishop 简化法+单纯形法)与 EMU 程序(斜条分上限法+单纯形法)对该边坡进行了稳定性计算。建立斜条分上限法的优化模型时，滑裂面控制点数为 5，总自由度个数为 11，各控制点之间采用光滑曲线连接。图 9 列出了不同方法获得的临界滑裂面位置，表 2 列出了不同方法的计算结果。

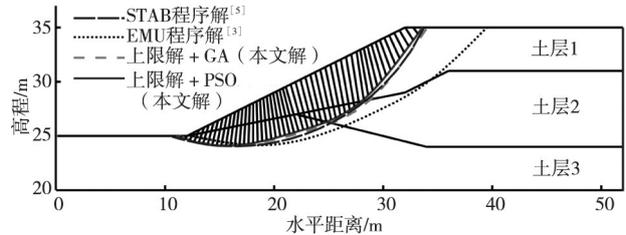


图 9 边坡剖面及不同方法获得的临界滑动模式

由计算结果可知，本文方法获得的临界滑动模式与 STAB 程序解十分接近，安全系数也明显小于 EMU 程序解。此外，本文方法得到的安全系数略大于 STAB 程序解，表明本文方法获得的是一个合理的、略大于极限平衡解的上限解。

表 1 ACADS 考核题 1(c) 的物理力学参数

土层编号	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	凝聚力 $c/\text{kPa}$	容重 $\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$
土层 1	38.0	0.0	19.5
土层 2	23.0	5.3	19.5
土层 3	20.0	7.2	19.5

表 2 不同计算方法的计算结果

计算方法	安全系数 $F$
STAB 程序解 <sup>[5]</sup>	1.385
EMU 程序解 <sup>[3]</sup>	1.488
上限解+GA(本文解)	1.416
上限解+PSO(本文解)	1.409

**4.2 算例2: ACADS考核题EX3** 如图10所示的非均质边坡,在边坡底部发育有一层产状水平、力学性质较差的软弱夹层,即土层2。各土层的物理力学性质见表3。文献[5]采用STAB程序(Spencer法+单纯形法)对该边坡进行了稳定性分析。由于本算例为典型的沿软弱夹层滑动的问题,本文将土层2按两种方式处理:(1)土层2作为一种“普通”土层,滑裂面控制点数为4,自由度为8,滑裂面控制点之间采用直接连接;(2)土层2作为无厚度的软弱夹层,假定滑裂面经过其底边界,滑裂面控制点为4,自由度为6。为进行对比研究,采用EMU程序(上限解+单纯形法)对该算例进行了计算。图10~图11显示了不同方法获得的临界滑裂面,表4列出了不同方法计算得到的安全系数。

由计算结果可知,针对土层2的两种处理方式,基于本文提出的优化模型,采用两种优化方法得到的临界滑动模式十分接近,安全系数略大于STAB程序解,且小于EMU程序解。此外,土层2按第(1)种处理方式得到的安全系数略小于第(2)种处理方式的计算结果,表明土层2的厚度对边坡稳定安全系数有一定的影响,但影响不大。总的看来,采用本文方法获得的是一个相对较优的、合理的上限解。

表3 ACADS考核题EX3的物理力学参数

土层编号	内摩擦角 $\varphi/(\circ)$	凝聚力 $c/\text{kPa}$	容重 $\gamma/(\text{kN}/\text{m}^3)$
土层1	20.0	28.5	18.84
土层2	10.0	0.0	18.84

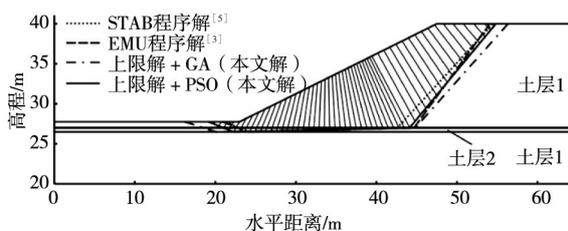


图10 土层2作为普通土层时的临界滑动模式

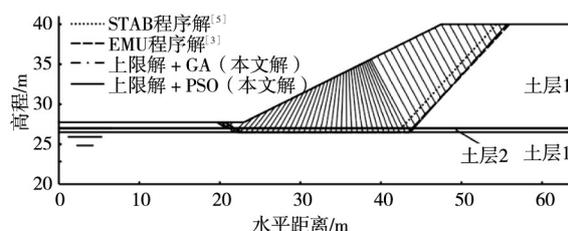


图11 土层2作为软弱夹层时的临界滑动模式

表4 不同方法获得的最小安全系数计算结果

优化模型	计算方法	安全系数 $F$	优化模型	计算方法	安全系数 $F$
土层2作为普通土层	STAB程序解 <sup>[5]</sup>	1.242	土层2作为软弱夹层	STAB程序解 <sup>[5]</sup>	1.234
	EMU程序解 <sup>[3]</sup>	1.334		EMU程序解 <sup>[3]</sup>	1.378
	上限解+GA(本文解)	1.308		上限解+GA(本文解)	1.305
	上限解+PSO(本文解)	1.294		上限解+PSO(本文解)	1.304

**4.3 算例3: 无重力地基极限承载力算例** 图12所示为无重量承载垂直表面荷载的地基极限承载力问题。1960年代,Skolovskii<sup>[15]</sup>采用滑移线理论提出了这一问题的解析解。地基承载力是土力学的经典稳定问题之一,常作为极限分析方法的标准考题而被广泛引用<sup>[3]</sup>。在地基承载力领域,通常用加载系数代替传统的安全系数来表征其安全储备能力。若边坡表面作用有荷载 $q_0$ ,通过不断增加这个荷载,直至边坡达到极限状态的荷载 $q$ ,则定义加载系数 $\eta$ 为:

$$\eta = (q - q_0) / q_0 \quad (21)$$

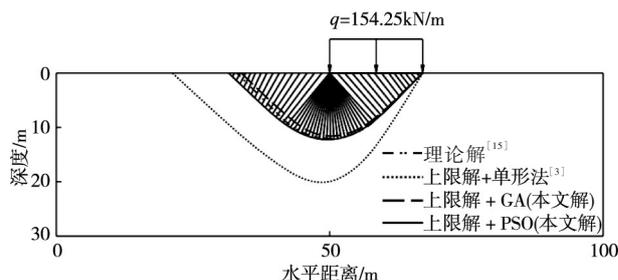


图12 无重量地基承载力问题

表5 不同方法获得的计算结果对比

计算方法	加载系数 $\eta$
EMU程序解 <sup>[3]</sup>	0.0822
上限解+GA(本文解)	0.0312
上限解+PSO(本文解)	0.0158

本算例计算参数：基础宽度  $B=17\text{m}$ ，地基土体内摩擦角  $\varphi=0^\circ$ ， $c=30\text{ kPa}$ ，容重  $\gamma=0\text{ kN/m}^3$ ，Prandtl解获得的地基土极限承载力  $q_u=154.25\text{ kPa}$ 。

令  $q_0=q_u=154.25\text{ kPa}$ ，以加载系数  $\eta$  作为目标函数，滑裂面控制点个数为 5，用光滑曲线连接，最右侧滑裂面控制点坐标在优化过程中保持不动，自由度个数为 10。文献[3]采用上限解+单纯形法对本算例进行了计算。不同方法得到的计算结果如图 12 与表 5 所示。

从计算结果可以看出，采用本文方法得到的临界滑动模式中，条块界面均收敛到一点，加载系数  $\eta$  小于 0.04，与理论解非常接近，且明显优于采用上限解+单纯形法的解。

## 5 结论

本文提出了一种边坡稳定斜条分上限法滑动模式的优化模型，该模型针对滑裂面通过与不通过软弱夹层两种情况，对滑裂面的控制点坐标与条块界面倾角引入一系列的约束条件，使滑动模式的优化问题转化为一个具有多自由度的有界约束的极小值问题。

多个典型算例的验证与对比分析表明，本文提出的数学模型与遗传算法、粒子群算法等全局优化方法相结合，具有较好的全局收敛性。特别地，对于破坏机构复杂的地基承载力问题，本文方法能够给出一个合理的、与理论解十分接近的上限解。

## 参 考 文 献：

- [ 1 ] CHEN Wai-Fah . Limit Analysis and Soil Plasticity[M] . Elsevier Scientific Pub . Co, 1975 .
- [ 2 ] DONALD I, CHEN Z . Slope stability analysis by an upper bound plasticity method[J] . Canadian Geotechnical Journal, 1997, 34(11): 853-862 .
- [ 3 ] 陈祖煜, 汪小刚, 杨健, 等 . 岩质边坡稳定分析原理方法程序[M] . 北京: 中国水利水电出版社, 2005 .
- [ 4 ] 弥宏亮, 陈祖煜, 汪小刚 . 三峡左岸坝段三维抗滑稳定性分析[J] . 岩石力学与工程学报, 2003, 22(12): 1960-1965 .
- [ 5 ] 陈祖煜 . 土质边坡稳定分析程序原理方法程序[M] . 北京: 中国水利水电出版社, 2003 .
- [ 6 ] 陈祖煜, 邵长明 . 最优化方法在确定边坡最小安全系数方面的应用[J] . 岩土工程学报, 1988, 10(4): 1-13 .
- [ 7 ] CHENG Y M . Location of critical failure surface and some further studies on slope stability analysis[J] . Computers and Geotechnics, 2003, 30(3): 255-267 .
- [ 8 ] SUN Y J . Studies of slope stability problems by LEM, SRM and DEM[D] . The Hong Kong Polytechnic University, 2013 .
- [ 9 ] LI Yu-Chao, CHEN Yun-Min, TONY L T, et al . An efficient approach for locating the critical slip surface in slope stability analyses using a real-coded genetic algorithm[J] . Canadian Geotechnical Journal, 2010, 47(3): 806-820 .
- [ 10 ] 陈云敏, 魏新江, 李育超 . 边坡非圆弧临界滑动面的粒子群优化算法[J] . 岩石力学与工程学报, 2006, 25(7): 1443-1449 .
- [ 11 ] KALATEHJARI R, ALI N, HAJIHASSANI M, et al . The application of particle swarm optimization in slope stability analysis of homogeneous soil slopes[J] . International Review on Modelling and Simulations, 2012, 5(1): 458-464 .
- [ 12 ] 李亮 . 智能优化算法在土坡稳定分析中的应用[D] . 大连: 大连理工大学, 2006 .
- [ 13 ] 吴超, 陈祖煜, 王玉杰, 等 . 遗传算法在斜条分上限法中的应用探讨[J] . 岩石力学与工程学报, 2013, 32(4): 835-841 .
- [ 14 ] LESHCHINSKY B . Limit equilibrium and limit analysis: Comparison of benchmark slope stability problems[J] . Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, 141(10): 04015043 .
- [ 15 ] SOKOLOVSKII V V . Statics of Soil Media[M] . Oxford: Pergamon Press, 1965 .

(下转第 756 页)

### Experimental and numerical simulation on bond behavior between polymer anchorage body and soil

LIU Heng, WANG Fuming, SHI Mingsheng

(School of Water Conservancy and Environment, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In view of insufficient recognition of the mechanism of interaction between polymer anchorage body and soil as well as imperfect bond strength parameters, the bonding behavior between the low density ( $0.11\sim 0.13\text{ g/cm}^3$ ) polymer anchorage body and different status soil was studied by the large-scale model of concentric pull-out tests, and the load-displacement curve of loading end, the distribution of axial force and cohesive stress were obtained as well as the empirical value of the cohesive strength was put forward. From the view of micromechanics, the numerical model of anchor bolt-polymer anchorage body-soil systems was established by Particle Flow Code in 2 dimensions (PFC2D) software, and the anchoring mechanism of polymer anchorage body under pull-out load was analyzed. In addition, the rationality of the numerical model was verified by comparing with the model test results, and the variation law of stress and the porosity of soil were discussed emphatically. The experimental results provide the parametric basis for the design and application of polymer anchorage grouting, and the particle flow model provides a feasible tool for micro-scale study of the polymer anchorage mechanism.

**keywords:** polymer; anchorage body; particle flow code; micro-parameters; bonding strength

(责任编辑: 王冰伟)

(上接第 748 页)

### A global optimization algorithm of upper bound method with inclined interface blocks for slope stability

SUN Ping<sup>1</sup>, CHEN Xi<sup>2</sup>, WANG Yujie<sup>1</sup>

(1. Department of Geotechnique Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China;

2. Institute of Water Resources and Hydro-electric Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** Using the upper bound method with inclined interface blocks, the optimization methods should be adopted to search for critical sliding mode with the global minimize factor of safety. Because the optimization variables include slip surface positions and inclined interface angles, the freedom and nonlinearity are increasing significantly and searching for the global minimize factor of safety becomes more difficult. In this paper, a mathematical model of sliding mode optimization is provided, considering the slip surface sliding along the weak interlayer or not. In order to generate proper sliding modes during the random search process, some geometrical constraints are introduced, finally the optimization problem is converted to the minimize problem with multi-degree of freedom and bound constraints. Combined with genetic algorithm and particle swarm algorithm, some typical examples are analyzed. The result shows that the mathematical model proposed in this paper can avoid generating the unreasonable sliding modes during the random search process, with the result that the optimization efficiency is improved significantly and the non-convergence of numerical calculation is avoided. Combined the mathematical model with the global optimization algorithms, the solution obtained is reasonable and very close to the limit equilibrium solution.

**Keywords:** slope stability; critical sliding mode; upper bound method with inclined interface blocks; global optimization model

(责任编辑: 王冰伟)