

文章编号:0559-9350(2018)07-0877-09

加劲环钢管均匀外压弹性屈曲解的对比分析

齐文彪¹, 张明², 郑双凌², 李国栋^{2,3}, 马吉明²

(1. 吉林省水利水电勘测设计研究院, 吉林 长春 130021;

2. 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084; 3. 内蒙古大学交通学院, 内蒙古 呼和浩特 010070)

摘要: 加劲环钢管广泛应用于水利水电等工程领域, 其外压稳定性是关注的重点问题。针对受均匀外压作用的加劲环管的弹性屈曲解进行了分析, 将加劲环管的屈曲外压求解归结为非线性整数规划问题。详细比较了加劲环管的屈曲外压计算的精确式和近似式, 证明目前设计所采用的近似式给出的临界压力总是比精确式给出的小, 是更为保守的。以屈曲外压计算的精确式和设计采用的近似式为基础, 推导了加劲环临界间距的表达式, 从而明确了屈曲外压计算公式的适用范围, 因考虑了管道的厚径比的影响, 与现有文献的结果相比更为合理。对不同加劲环间距和加劲环约束程度的钢管进行了弹性屈曲有限元分析, 利用所得的临界外压值详细考察了屈曲外压解析解的适用性和精度, 进一步证明解析解和设计规范的公式都是偏于安全的, 实际加劲环钢管的临界外压相比理想加劲环钢管都有不同程度的提高。

关键词: 压力钢管; 加劲环; 圆柱壳; 弹性屈曲; 临界压力

中图分类号: TV732.4

文献标识码: A

doi: 10.13243/j.cnki.slxb.20180025

1 研究背景

露天或埋藏式的压力钢管广泛应用于水利水电等工程中^[1-4], 其管壁都很薄, 尤其是高强钢管, 太厚则卷板容易造成塑性变形进入强化阶段, 塑性损失大, 若因厚板焊接的焊接残余应力较大, 还要进行消除应力的热处理。在停机、检修的放空工况下, 受管外大气压力或外水压力作用下, 钢管的稳定性成为重点考虑的问题。对钢管进行环向加强可能比单纯增加管厚更有效, 也更节约钢材。

压力钢管外压屈曲的环向预防措施通常采用加劲环。加劲环是管道上沿圆周方向设置的局部加劲部件, 可用钢板、角钢、T形钢或槽钢等沿管环向焊接而成。与无加劲环的光面管道相比, 带加劲环的薄钢管的外压屈曲具有不同的特点^[5]。加劲环的存在使管壁的屈曲变形受到阻碍, 波数增多, 波幅减小, 单凭直觉确定加劲环管的屈曲变形是比较困难的。

加劲环间管道可模型化为两端受约束的圆柱壳^[6]。研究两端受约束的圆柱薄壳的外压屈曲在管道、压力容器等设计中也尤为重要。在进行理论分析时, 加劲环通常被假定为对环平面外没有刚性, 只对环平面内的变形有刚性。加劲环对管道全部作用可以通过数值仿真或试验来揭示。

理论研究^[6-8]表明, 加劲环的间距对增强效果影响显著, 当加劲环相距很远, 加劲环对较远处的管壁不施加显著影响, 此时加劲环管与光面管具有相近的屈曲压力。两端受约束的圆柱薄壳有一个临界长度^[7,9-11], 再长就跟无限长圆柱薄壳的屈曲问题一样了, 因此加劲环管也具有一个可忽略加劲

收稿日期: 2018-01-18; 网络出版日期: 2018-06-26

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1882.TV.20180626.1426.003.html>

基金项目: 清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室开放基金项目(skllhse-2017-C-02, skllhse-2018-C-03); 中国博士后科学基金项目(2016M600095)

作者简介: 齐文彪(1962-), 男, 吉林人, 研究员, 主要从事水利水电工程设计研究。E-mail: qi-wen-biao@163.com

通讯作者: 张明(1965-), 男, 陕西人, 博士, 副教授, 主要从事岩石力学与工程应用研究。E-mail: mzhang@tsinghua.edu.cn

环的最小环间距值, 可称为临界间距。水电站压力钢管外压稳定设计的基础依然是这些理论分析成果。数值方法^[12-14]或试验方法^[9,15-18]能考虑更为复杂的加劲环管道的外压屈曲问题, 如可考虑管道的初始缺陷、管道与加劲环的相互作用和管壁与管外混凝土间的初始缝隙等, 则更接近实际情况。

均匀外压作用下加劲环管的屈曲临界压力的精确解析表达式比较复杂, 出于不同的考虑对其简化是必要的, 我国水电站加劲环钢管设计就是利用了简化后的表达式。弄清简化式与精确解的差别, 对设计规范的安全裕度做到心中有数也是必要的, 而且辅以计算机更为复杂些的设计表达式已不再是一个问题。此外, 利用有限元精细计算, 考察这些精确的或近似的解析解与实际加劲环钢管的屈曲临界压力的差别, 能更准确地确定加劲环管的设计安全系数。

2 均匀外压作用下加劲环钢管的屈曲分析

2.1 临界外压的解析计算 一段圆柱薄壳(例如半径 r 与壁厚 t 之比 $r/t > 10$)受均匀径向外压作用, 其两端面简支, 端部径向变形受到约束从而保持端部的初始圆形, 端部的轴向变形和转角不受限制, 则关于该段圆柱壳的弹性屈曲外压, 有以下著名的 Mises 解^[6]:

$$p_1 = \frac{E}{(n^2 - 1) \left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1 \right)^2} \frac{t}{r} + \frac{E}{12(1 - \mu^2)} \frac{1}{(n^2 - 1) \left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1 \right)^4} \frac{l^4}{\pi^4 r^4} \cdot \quad (1)$$

$$\left\{ 1 + 6n^2 \frac{l^2}{\pi^2 r^2} + n^2 (15n^2 - 6 - \mu + \mu^2) \frac{l^4}{\pi^4 r^4} + n^2 [20n^4 - (19 + 3\mu - 2\mu^2)n^2 + 4 - 3\mu^2 - \mu^3] \frac{l^6}{\pi^6 r^6} + \right.$$

$$\left. n^4 [15n^4 - (22 + 3\mu - \mu^2)n^2 + 8 + 2\mu - \mu^2] \frac{l^8}{\pi^8 r^8} + n^6 [6n^4 - (11 + \mu)n^2 + 5 + \mu] \frac{l^{10}}{\pi^{10} r^{10}} + n^8 (n^2 - 1)^2 \frac{l^{12}}{\pi^{12} r^{12}} \right\} \frac{l^3}{r^3}$$

式中: E 、 μ 分别为圆柱壳的弹性模量和 Poisson 比; l 为圆柱壳的长度; n 为圆柱壳屈曲时在整个圆周条带里的波数。根据式(1), 上述圆柱壳在外压下的稳定取决于材料物理学性质, 也决定于其长径比和厚径比, 屈曲外压与弹性模量的单位相同。将薄壁圆管的加劲环理想化为上述简支座, 即认为理想化的加劲环只约束加劲环处的径向变形保持该处为初始圆形, 不限制管壁的倾斜, 则式(1)就是加劲环间管的弹性屈曲外压公式。

式(1)是理论上的精确解, 为了更便于应用, 可对其进行简化。例如, 一个被我国设计规范^[1]所采用的近似表达式为:

$$p_2 = \frac{E}{(n^2 - 1) \left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1 \right)^2} \frac{t}{r} + \frac{E}{12(1 - \mu^2)} \left(n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \mu}{\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1} \right) \frac{t^3}{r^3} \quad (2)$$

又如, 文献[10]给出、被文献[19]采用的近似表达式为:

$$p_3 = \frac{E}{(n^2 - 1) \left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1 \right)^2} \frac{t}{r} + \frac{E}{12(1 - \mu^2)} \left(n^2 - 1 + \frac{2n^2 - 1 - \mu}{\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} - 1} \right) \frac{t^3}{r^3} \quad (3)$$

式(1)可写成^[10]

$$p_1 = \frac{E}{(n^2 - 1) \left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1 \right)^2} \frac{t}{r} + \frac{E}{12(1 - \mu^2)} \left(n^2 - 1 + \frac{a_1 n^4 - a_2 n^2 + a_3}{n^2 - 1} \right) \frac{t^3}{r^3} \quad (4)$$

其中: $a_1 = b(2-b)/(1-b)^2$, $a_2 = (3+\mu)b + (1-\mu^2)b^2$, $a_3 = (1+\mu)b - (1+\mu+\mu^2)b^2 - (1+\mu)(1+\mu^2)b^3 + \mu(1+\mu)^2 b^4$, $b = 1/[\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1]$ 。

式(2)是在式(4)中令 $a_1 = 2b$, $a_2 = (3+\mu)b$, $a_3 = (1+\mu)b$, 即忽略含有 b 的 1 次以上的项而得到的。式(3)也出于同样考虑, 但略微减小了第 2 项中的分母。式(4)看似简单, 但参数 a_1 、 a_2 和 a_3 意义不明

确, 和式(4)同时都含有变量 n 和 l/r 。

可以设想, 加劲环相距过远, 不能有效约束管的屈曲变形, 屈曲波形与光面管的接近, 有 2 个屈曲波。特别地, 当环间距 $l \rightarrow \infty$ 时, $n=2$, 则式(1)~式(3)均可化为光面管的屈曲临界外压公式, 即^[1,11]:

$$p_0 = \frac{E}{4(1-\mu^2)} \frac{t^3}{r^3} \quad (5)$$

加劲环管的弹性屈曲临界外压即由式(1)、式(2)或式(3)给出的 $p_i (i=1, 2, 3)$ 的最小值。在管的材料和几何参数给定后, p_i 仅是波数 n 的函数。此时临界外压的求解就成为了一个非线性整数规划问题, 即:

$$\min p_i(n) = p_i(n \{E, \mu; r, t, l\}), n \geq 2, \text{ 为自然数} \quad (6)$$

可先解与此整数规划问题对应的松弛问题, 将所得到的 n 化为最接近的自然数, 再求出与此自然数对应的外压值。通常可枚举试算或利用在一定实用区间的表达式或图表^[1]。

2.2 屈曲外压公式的差别分析 式(2)减去式(1), 可得:

$$p_2 - p_1 = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \frac{-1}{(n^2-1)\left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1\right)^4} \frac{l^4}{\pi^4 r^4} \left\{ 1 + 6n^2 \frac{l^2}{\pi^2 r^2} + [12n^4 - (1-\mu^2)n^2 - 2 - \mu] \frac{l^4}{\pi^4 r^4} + n^2 [10n^4 - 2(1-\mu^2)n^2 - 3 - 3\mu - 3\mu^2 - \mu^3] \frac{l^6}{\pi^6 r^6} + n^4 [3n^4 - (1-\mu^2)n^2 - 1 - \mu - \mu^2] \frac{l^8}{\pi^8 r^8} \right\} \frac{t^3}{r^3} \quad (7)$$

注意到 $0 < \mu < 0.5$, $n \geq 2$, 容易验证式(7)的大括号中关于 $l/(\pi r)$ 的多项式的系数均为正, 于是可知 $p_2 < p_1$ 。

式(3)与式(1)之差为:

$$p_3 - p_1 = \frac{E}{12(1-\mu^2)} \frac{1}{(n^2-1)\left(\frac{n^2 l^2}{\pi^2 r^2} + 1\right)^4} \frac{l^4}{\pi^4 r^4} \left\{ 1 + 5n^2 \frac{l^2}{\pi^2 r^2} + [10n^4 - (7 + 2\mu - \mu^2)n^2 + \mu] \frac{l^4}{\pi^4 r^4} + n^2 [10n^4 - (19 + 6\mu - \mu^2)n^2 + 5 + 4\mu - 3\mu^2 - \mu^3] \frac{l^6}{\pi^6 r^6} + n^4 [5n^4 - (17 + 6\mu + \mu^2)n^2 + 8 + 8\mu + 2\mu^2 + \mu^3] \frac{l^8}{\pi^8 r^8} + n^6 [n^4 - (5 + 2\mu + \mu^2)n^2 + 3 + 3\mu + \mu^2] \frac{l^{10}}{\pi^{10} r^{10}} \right\} \frac{t^3}{r^3} \quad (8)$$

在式(8)中, 同理容易验证大括号中关于 $l/(\pi r)$ 的多项式的系数均为正, 但是因子 $n^2 l^2 / (\pi^2 r^2) - 1$ 的符号取决于环间距 l 。当 $l > \pi r/n$ 时, $p_3 > p_1$ 。当 $l < \pi r/n$ 时, $p_3 < p_1$ 。

式(3)与(2)式相减, 得:

$$p_3 - p_2 = \frac{E}{6(1-\mu^2)} \frac{2n^2 - 1 - \mu}{\frac{n^4 l^4}{\pi^4 r^4} - 1} \frac{t^3}{r^3} \quad (9)$$

显然, $l > \pi r/n$ 时, $p_2 < p_3$; $l < \pi r/n$ 时, $p_2 > p_3$ 。

当波数 n 增多时, 式(7)和式(8)均表明, 近似的式(2)和式(3)与精确式(1)的差别会缩小, 而根据式(9), 式(2)和式(3)的差别也会缩小。

近似式(2)总是无条件地比精确解式(1)小, 在设计上更为保守, 形式也比较简洁, 因此被我国规范采用, 以下主要针对式(1)和式(2)进行分析。在通常的环间距情况下, 式(3)比式(1)大, 当然也比式(2)大。只有在管道上的加劲环很密集的情况下, 式(3)会比式(2)还要小, 自然也比式(1)小。

长期以来, 加劲环式钢管屈曲外压不同计算公式的上述差别被忽略, 分析它们的差别有一定的意义, 例如工程设计中可采用式(2), 不宜采用式(3), 但作为有限元等数值方法的检验^[12]则是不妥的, 应当利用式(1)。

近似解的精度分析, 如式(2)和式(3)哪一个更接近精确解(1), 从式(7)和式(8)知是十分困难的, 可以通过有限元法结果加以验证。

2.3 加劲环临界间距的确定 当加劲环的间距大到一定程度, 对管的外压屈曲的影响变弱, 加劲环

管的屈曲变形与光面管的接近, 用式(1)一式(3)得到的屈曲临界外压与式(5)算出的区别很小, 这样的间距可认为是加劲环的临界间距。在临界间距范围内, 需要考虑加劲环对管的外压稳定性的增强作用, 否则可按光面管处理, 由此造成的误差可忽略不计。

加劲环的临界间距 l_0 的取值并无定论。Southwell^[7] 根据很不准确的屈曲外压公式的分析并取 Poisson 比 $\mu=0.3$ 后得到 $l_0/r=3.85(r/t)^{1/2}$, 而 $l_0/r=4.90(r/t)^{1/2}$ 是 Cook^[9] 的试验结论并被文献[11]采用。

加劲环的临界长度不仅取决于管径和管厚, 应当还和忽视加劲环而采用光面管临界外压公式的容许误差有关。参照文献[7, 9], 设加劲环的临界间距相对值为:

$$\frac{l_0}{r} = k \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (10)$$

这样只需确定乘子 k 即可。

用式(10)的 l_0 替代式(1)中的 l 计算 p_1 , 此即意味着管的屈曲波数 $n=2$ 。假设 p_1 与式(5)所得 $p_0 (< p_1)$ 的相对误差为 5%, 即 $(p_1-p_0)/p_0=0.05$, 此式与弹性模量 E 无关, 仅与 Poisson 比 μ 有关, 可令 $\mu=0.3$ 。经过化简整理, 可得到确定 k 的方程为:

$$k^{12} - 100.34 \frac{t}{r} k^{10} - \left(147.74 + 1360.62 \frac{t^2}{r^2} \right) k^8 - \left(729.05 + 6910.75 \frac{t^2}{r^2} \right) \frac{t}{r} k^6 - \left(899.43 + 16943.45 \frac{t^2}{r^2} \right) \frac{t^2}{r^2} k^4 - 19510.01 \frac{t^5}{r^5} k^2 - 8023.17 \frac{t^6}{r^6} = 0 \quad (11)$$

给定 t/r , 由多项式方程(11)可解得 12 个根, 仅取其中唯一的正实数根。从式(11)可发现, 当 $t/r \rightarrow 0$ 时, 方程趋于 $k^4 - 147.74 = 0$, 亦即对于 t/r 很小的钢管, k 十分接近于 3.4864。式(11)在一些薄壁管 t/r 下的 k 值列于表 1, 此 t/r 范围已能包括水电站压力钢管的厚径比^[20]。

表 1 的结果可拟合成下式:

$$k = 3.4864 + 9.492 \left(\frac{r}{t} \right)^{-1.048} \quad (12)$$

表 1 式(11)的解 k

r/t	k	r/t	k	r/t	k	r/t	k
10	4.3393	110	3.5561	210	3.5226	310	3.5108
20	3.8928	120	3.5502	220	3.5209	320	3.5101
30	3.7515	130	3.5452	230	3.5194	330	3.5094
40	3.6829	140	3.5409	240	3.5180	340	3.5087
50	3.6424	150	3.5373	250	3.5168	350	3.5080
60	3.6157	160	3.5341	260	3.5156	360	3.5074
70	3.5968	170	3.5312	270	3.5145	370	3.5069
80	3.5827	180	3.5287	280	3.5135	380	3.5063
90	3.5718	190	3.5265	290	3.5125	390	3.5058
100	3.5631	200	3.5244	300	3.5117	400	3.5053

与得到式(11)同理, 令 $n=2$, $\mu=0.3$, 将式(2)的 l 换以式(10)的 l_0 , 按所得 p_2 和式(5)所得 p_0 相差不超过 $0.05p_0$ 的原则, 可得以下确定 k 的方程:

$$k^4 - 105.28 \frac{t}{r} k^2 - 147.74 - 265.85 \frac{t^2}{r^2} = 0 \quad (13)$$

式(13)在水电站工程常见的 r/t 下的解列于表 2, 式(14)是对表中数据的拟合。

$$k = 3.4864 + 8.962 \left(\frac{r}{t} \right)^{-1.036} \quad (14)$$

表 1 和表 2 的数据点, 以及式(12)和式(14)给出的曲线, 都描绘在图 1 中。从图 1 看到, 精确式(1)和近似式(2)所确定的加劲环临界间距, 其数据点相差甚微, 曲线异常接近, 说明两式所对应的加劲环临界间距差别很小, 可以统一给出。

表2 式(13)的解 k

r/t	k	r/t	k	r/t	k	r/t	k
10	4.3139	110	3.5558	210	3.5225	310	3.5108
20	3.8852	120	3.5499	220	3.5209	320	3.5100
30	3.7480	130	3.5450	230	3.5194	330	3.5093
40	3.6808	140	3.5408	240	3.5180	340	3.5086
50	3.6411	150	3.5371	250	3.5167	350	3.5080
60	3.6148	160	3.5339	260	3.5155	360	3.5074
70	3.5961	170	3.5311	270	3.5145	370	3.5068
80	3.5822	180	3.5286	280	3.5134	380	3.5063
90	3.5714	190	3.5264	290	3.5125	390	3.5058
100	3.5628	200	3.5243	300	3.5116	400	3.5053

经过对数字的圆整化, 本文建议加劲环临界间距式(10)中的 k 按下式确定:

$$k = 3.5 + 8.5 \frac{t}{r} \quad (15)$$

式(15)的曲线也表示在图1中, 它位于上述所有数据点和曲线的上部, 在5%容差的基础上又保守了一些。利用式(15)来确定临界间距, 比前述 $k=3.85^{[7]}$ 或 $4.90^{[9]}$ 一刀切的办法, 进一步计及厚径比的影响, 又趋合理, 所采用的方法和原则对其他材料(Poisson比不同于0.3)的管道也是适用的。

加劲环的临界间距不同于加劲环的等效翼缘宽度^[20], 通常较大。例如, 如果管的 $r/t=100$, 即便按照式(15)和式(10), 临界间距 l_0 也可达 $35.85r$, 远比加劲环的实际设置间距^[20]大。由此看来, 在实际水电站工程中, 压力钢管的加劲环对其外压稳定均有帮助, 优化加劲环的间距必要的。

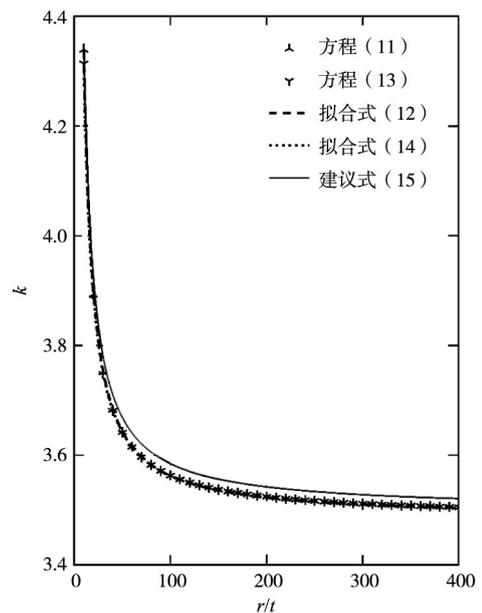


图1 加劲环临界间距 $l_0=kr(r/t)^{1/2}$ 的乘子 k

3 均匀外压作用下加劲环钢管的屈曲分析精度

3.1 解析计算公式的精度分析 设一段钢管半径 $r=1.5$ m, 壁厚 $t=1$ cm, 两端设置加劲环, 间距为 $l=1.5$ m。钢材的弹性模量 $E=206$ GPa, Poisson比 $\mu=0.3$ 。容易验证, 加劲环间距小于式(15)给出的临界间距 65 m, 因此有必要考虑加劲环的影响。

对此钢管, 利用式(1)、式(2)或式(3)即可算出不同屈曲波数所对应的屈曲外压, 或者直接求解相应的非线性整数规划问题(式(6)), 可直接得到弹性失稳时的临界外压及其屈曲波数。而用有限元法做特征值屈曲分析, 可获得各阶屈曲外压, 还能够直观显示相应的屈曲模态。

计算采用有限元软件 Abaqus。在特征值屈曲计算中, 边界条件是相对于屈曲过程中的增量位移, 而不是屈曲前由作用力引起的总位移而定义的。因此, 边界条件可以为: 管两端的径向位移为零, 中段的圆周上轴向位移为零。采用4节点曲壳单元 S4R, 这种单元可用于薄壳或厚壳结构建模, 采用减缩积分方式, 包含沙漏模式控制, 容许有限薄膜应变。划分单元时最大尺寸为 0.02 m, 共划分 $34\ 854$ 个单元。网格剖分很密, 是为了保证有限元计算结果较为可信, 可与解析计算相互参照。

钢管的第1阶屈曲模态见图2, 为轴向半个波、周向9个波。图2(c)还显示, 管端不再位于一个平面内, 出现了交错鼓起翘曲。前9阶屈曲外压和波数列于表3, 相应的解析计算值也同时列出。图3为根据表3数据所绘局部放大图, 描绘了屈曲外压随屈曲波数的变化。

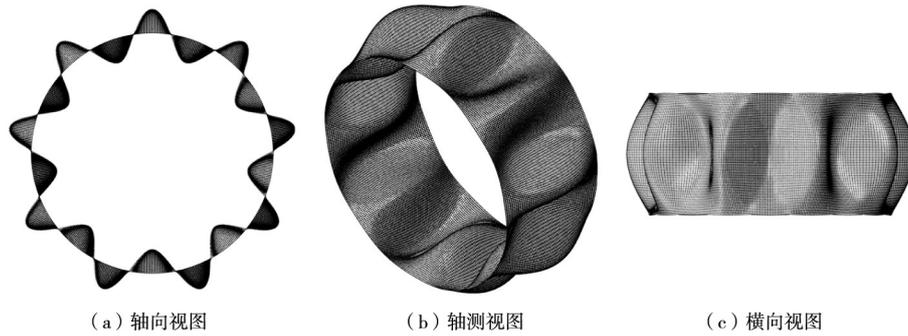


图2 加劲环钢管的屈曲模态

表3 加劲环钢管的屈曲外压 (单位: kPa)

阶数	波数	精确式(1)	有限元法		近似式(2)		近似式(3)	
			屈曲外压	相对误差	屈曲外压	相对误差	屈曲外压	相对误差
1	9	766.10	763.62	-0.32%	747.23	-2.46%	774.30	1.07%
2	10	780.53	777.82	-0.35%	765.07	-1.98%	786.92	0.82%
3	11	850.19	847.32	-0.34%	837.29	-1.52%	855.31	0.60%
4	8	859.42	857.36	-0.24%	835.89	-2.74%	870.40	1.28%
5	12	952.51	949.56	-0.31%	941.60	-1.15%	956.72	0.44%
6	13	1077.11	1074.17	-0.27%	1067.76	-0.87%	1080.64	0.33%
7	7	1193.16	1192.56	-0.05%	1163.09	-2.52%	1208.80	1.31%
8	14	1218.92	1216.12	-0.23%	1210.83	-0.66%	1221.93	0.25%
9	15	1375.34	1372.82	-0.18%	1368.26	-0.51%	1377.93	0.19%

表3和图3表明,有限元解与精确式(1)的解最为接近,说明本文改写成的表达式正确无误;式(3)比式(2)更接近于精确解,而且屈曲波数越大,其差别越小,也越准确。通过比较再次验证了通常情况下,精确解式(1)大于近似解式(2)、小于近似解式(3)。

考虑增大加劲环间距, $l=3\text{ m}$,其他条件均不变。按同样的单元划分标准,共划分70 650个S4R单元。表4给出前9阶屈曲的计算结果以及相应的解析解。近似解与精确解的大小关系以及接近程度等的规律依然与前相同,不同的是因为环间距的增大,屈曲压力显著降低,而且在第9阶屈曲时,当外压为870.15 kPa时的屈曲模态不再是沿轴向半个波,而是1个完整的波,管中段圆周成为2个半波间的节圆(见图4),此时解析解已不再适用。

3.2 实际加劲环钢管的解析解与有限元解的比较

实际的加劲环除具有较大径向刚度以实现抵抗径向变形的功能外,在管轴方向也有一定的抗弯刚度,而且由于管道较长,加劲环自身沿管道轴向的变形为零或几乎为零。这样,水电站等工程中的管道,在加劲环等处的位移和转角都会受到某种阻碍,与加劲环仅限制管的径向位移的标准情况不完全一致,其弹性屈曲很难完全用解析方法分析。

以下考虑3种依次加强的加劲环约束:(1)约束A,一端约束径向位移,另一端约束径向位移和轴向位移;(2)约束B,两端均约束径向位移和轴向位移;(3)约束C,两端均施加固端约束,限制所

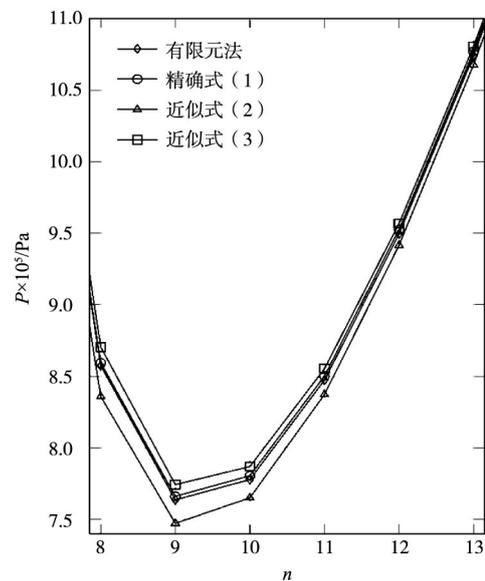


图3 不同屈曲波数对应的加劲环钢管的屈曲外压

表4 加劲环间距增大后钢管的屈曲外压

(单位: kPa)

阶数	波数	精确式(1)	有限元法		近似式(2)		近似式(3)	
			屈曲外压	相对误差	屈曲外压	相对误差	屈曲外压	相对误差
1	7	362.01	362.17	0.04%	359.97	-0.56%	362.71	0.19%
2	6	385.19	385.59	0.10%	382.42	-0.72%	386.15	0.25%
3	8	410.04	410.22	0.04%	408.47	-0.38%	410.57	0.13%
4	9	489.96	490.27	0.06%	488.71	-0.26%	490.38	0.09%
5	10	589.16	589.69	0.09%	588.15	-0.17%	589.50	0.06%
6	5	624.31	626.36	0.33%	620.35	-0.63%	625.71	0.22%
7	11	703.03	703.91	0.13%	702.19	-0.12%	703.31	0.04%
8	12	829.72	831.07	0.16%	829.02	-0.08%	829.96	0.03%
9			870.15					

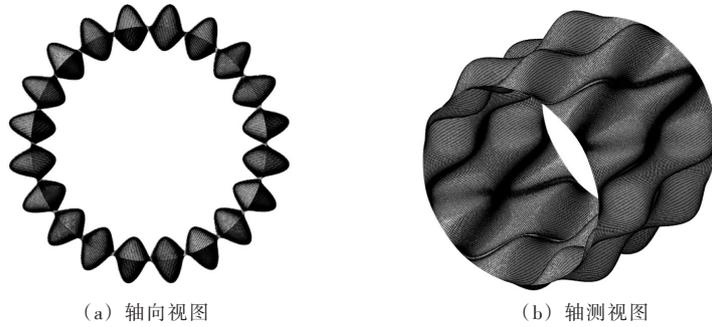


图4 加劲环钢管的具有2个轴向半波的屈曲模态

有位移和转角。水电站中，靠近伸缩节处的加劲环约束比较接近于约束A，镇墩与厂房混凝土墙对钢管的约束比较接近于约束C，长钢管上的加劲环在管道屈曲时不会沿轴向移动，适合用约束B模拟。

以前述钢管为例，加劲环间距 $l=1.5\text{ m}$ ，利用有限元法计算在3种加劲环约束下的屈曲外压，并与理论解作对比。理论解可通过式(1)相应的非线性整数规划问题解得。

表5 钢管在加劲环不同约束下的屈曲外压

(单位: kPa)

阶数	式(1)	约束A	约束B	约束C
1	766.10	868.61	947.82	996.25
2	780.53	905.90	955.52	999.05
3	850.19	907.23	1018.64	1052.45
4	859.42	990.43	1032.90	1100.30
5	952.51	1087.42	1117.99	1147.16
6	1077.11	1102.92	1243.25	1269.28
7	1193.16	1236.90	1287.45	1380.24
8	1218.92	1388.19	1388.69	1412.55

表5给出了钢管在不同加劲环约束下的前8阶屈曲外压。从表5可见，加劲环约束的增强提高了钢管各阶的屈曲外压包括临界屈曲外压，约束越强则屈曲外压越高。

表6给出了不同环间距的钢管在不同约束下的临界外压及其提高程度，其中包括水电站常见的加劲环间距如 $l/r=0.5\sim 5.0$ 。由表6可知，实际水电站压力钢管的临界外压，比按式(1)的估计值高出不少。例如，按最为常见的约束B、 l/r 为1~2考虑，可比按式(1)的设计高20%~30%，加劲环较密时提高率相对较低，加劲环较疏时提高率还要更高。钢管端面在约束B或约束C下始终处在同一平面，

表6 钢管在不同间距的加劲环约束下的屈曲临界外压

(单位: kPa)

l/m	式(1)	约束 A		约束 B		约束 C	
		临界外压	提高率	临界外压	提高率	临界外压	提高率
1	1216.21	1324.99	8.94%	1379.68	13.44%	1529.00	25.72%
1.5	766.10	868.61	13.38%	947.83	23.72%	996.26	30.04%
3	362.01	431.86	19.30%	489.51	35.22%	495.39	36.84%
5	211.39	257.12	21.63%	298.73	41.32%	300.50	42.15%
10	103.40	126.32	22.17%	157.87	52.68%	158.02	52.82%
15	65.95	93.13	41.21%	101.80	54.36%	101.87	54.47%

文献[13]的有翘曲是不符合实际的。

任何超过标准约束的加固都提供了额外的安全度。因此,就水电站的实际情况而言,精确式(1)已经是偏于安全的,规范采用的式(2)就更加保守了。

4 结论

本文分析了加劲环管均匀外压弹性屈曲压力公式,对其精确式与简化式做了比较,推导了加劲环的临界间距,考察了临界压力解析解与有限元解的偏差。主要结论有:(1)加劲环管均匀外压弹性屈曲压力公式是临界压力解析求解的基础,决定了临界压力值的精确程度,其简化式给出临界外压的近似解。我国水电站加劲环压力钢管设计采用的简化式给出的临界外压小于精确解,这是在设计中需要明确的。(2)屈曲外压公式仅考虑加劲环的径向约束作用,与加劲环管的工程实际不完全相符,给出的屈曲临界外压均偏小,完全依靠解析解进行设计是保守的,我国水电站加劲环钢管设计则更加保守,这也是需要明确的。加劲环管的外压稳定性分析和设计可辅以有限元法等更接近实际的方法,以考虑实际加劲环的嵌固作用。(3)当加劲环的间距过大以至超过临界间距时,加劲环管可按光面管分析其外压稳定性。临界间距应综合考虑管道厚径比的影响,按式(10)和式(15)估计是比较合理和稳妥的。水利水电等工程中管道上的加劲环间距均较密,小于临界间距,加劲环对管的外压稳定性的作用都很显著,不能忽略。

参 考 文 献:

- [1] NB/T 35056-2015 . 水电站压力钢管设计规范[S] . 北京: 中华人民共和国国家能源局, 2016 .
- [2] EN 1993-1-6, Eurocode 3: Strength and Stability of Shell Structures[S] . 2007 .
- [3] GALAMBOS T V . Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures[M] . 5th ed . John Wiley & Sons , 1998 .
- [4] 赖华金, 范崇仁 . 带加劲环埋藏式压力钢管外压屈曲的研究[J] . 水利学报, 1990(12): 30-36 .
- [5] ROSS CTF . Pressure Vessels: External Pressure Technology[M] . 2nd ed . Woodhead Publishing, 2011 .
- [6] von MISES R . Der kritische aussendruck zylindrischer rohre[J] . Zeitschrift VDI, 1914, 58: 750-755 .
- [7] SOUTHWELL R V . On the general theory of elastic stability[J] . Philosophical Transactions of the Royal Society A, 1913, 213: 187-244 .
- [8] DONG W S, LIU X M, LI Y H . Analysis of stiffened penstock external pressure stability based on immune algorithm and neural network[J] . Mathematical Problems in Engineering, 2014, 2014: 1-11 .
- [9] COOK G . The collapse of short thin tubes by external pressure[J] . Philosophical Magazine, 1925, 50(298): 844-848 .
- [10] WINDENBERG D F, TRILLING C . Collapse by instability of thin cylindrical shells under external pressure[J] .

- Applied Mechanics, Transactions of the American Society of Mechanics Engineers, 1934, 56(20): 819–825.
- [11] YOUNG W C, BUDYNAS R G, SADEGN A M. Roark's Formulas for Stress and Strain[M]. 8th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2011.
- [12] 刘东常, 赵瑜. 半解析有限元法分析环向加劲圆柱壳外压稳定性[J]. 工程力学, 1992, 9(1): 104–113.
- [13] 李明, 刘婕, 伍鹤皋, 等. 加劲式压力钢管外压稳定性有限元屈曲分析[J]. 水力发电, 2010, 36(4): 63–66.
- [14] 慕园, 陆晓敏. 环肋加劲压力钢管的有限元屈曲分析[J]. 人民黄河, 2014, 36(3): 92–95.
- [15] YOSHIKAWA T, YOSHIMURA K. A study of general buckling strength of ring-stiffened cylindrical shells under external pressure and effective breadth of ring-stiffeners[C]//ASME 2008 27th International Conference on Off-shore Mechanics and Arctic Engineering, Volume 2: Structures, Safety and Reliability, Etoril, Portugal, 2008.
- [16] SHOWKATI H, SHAHANDEH R. Experiments on the buckling behavior of ring-stiffened pipelines under hydrostatic pressure[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2010, 136(4): 464–471.
- [17] KIESLING E W, DEHART R C, JAIN R K. Testing of ring-stiffened cylindrical shells encased in concrete—Instrumentation and procedures[J]. Experimental Mechanics, 1970, 10(6): 251–256.
- [18] PAOR C D, KELLIHER D, CRONIN K, et al. Prediction of vacuum-induced buckling pressures of thin-walled cylinders[J]. Steel Construction, 2012, 55(6): 1–10.
- [19] MIKASINOVIC M, MARCUCCI P. Sizing pipe for external pressure[J]. Chemical Engineering, 1984, 91(9): 61–64.
- [20] 刘宪亮. 加劲压力钢管结构分析解析法[J]. 水力发电学报, 1998(3): 34–42.

Comparative analysis of the elastic buckling solutions for ring-stiffened steel pipes under uniform external pressure

QI Wenbiao¹, ZHANG Ming², ZHENG Shuangling², LI Guodong^{2, 3}, MA Jiming²

(1. Jilin Province Water Resource and Hydropower Consultative Company, Changchun 130021, China;

2. State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

3. Transportation Institute, Inner Mongolia University, Hohhot 010070, China)

Abstract: Ring-stiffened pipes are widely applied in water conservancy, hydroelectric and other engineering and their stability under external pressure is the key issue of concern. The estimation for the elastic buckling pressure of a ring-stiffened pipe subjected to uniform lateral external pressure was discussed, and solving the critical pressure was formulated as a nonlinear integer programming problem. The equations for analytically evaluating the buckling pressure, including exact one and simplified ones, were compared in detail, which proved that the simplified equation adopted in the current steel pipe design gives lower critical external pressure and is very conservative. Based on the exact equation and the design adopted equation for buckling pressure, the critical spacing between stiffening rings was deduced to clarify the applicable range of these equations. The critical spacing is much more reasonable in comparison with the existing counterparts because of the incorporation of the ratio of thickness to radius. The finite element analysis was carried out for the elastic buckling of the steel pipes with different spacing and different constraints of stiffening rings. By using the critical pressures obtained, the applicability and precision of the equations for buckling pressure were examined comprehensively. The comparisons show that both the analytical solution and the design used solution for buckling pressure are conservative and overly safe, and that the critical pressure of actual ring-stiffened pipes increases to some extent in comparison with ideal ring-stiffened pipes.

Keywords: penstock; stiffening ring; cylindrical shell; elastic buckling; critical pressure

(责任编辑: 王冰伟)