

文章编号:0559-9350(2020)02-0180-13

剪缩型土的剪胀性大数据特征与计算模型

杨骏堂, 刘元雪, 何少其

(陆军勤务学院 岩土力学与地质环境保护重庆市重点实验室, 重庆 401311)

摘要: 剪胀性是岩土材料区别于其他材料的重要特征, 其基本力学特性目前尚未研究透彻, 由此导致相关本构模型无法充分反映岩土材料的变形机制。本文提出了一种并行化的LM优化回归算法, 该算法解决了剪缩型土的大规模剪胀性数据回归分析时的全局优化性差、收敛性慢、计算效率低的问题。利用该算法建立了剪胀率与其各影响因素之间的相关性函数。根据剪缩型土的剪胀性大数据特征和基本力学特性, 考虑了剪胀率主要影响因素和附加影响因素的综合作用, 构造了可以反映剪缩型土剪胀性共同规律的计算模型。该模型和剪缩型土所有实验数据的剪胀率拟合度高达0.938, 明显优于剑桥模型和修正剑桥模型下的剪胀模型, 而且本模型能够较好地反映不同剪缩型应力路径下剪缩型土的剪胀性。

关键词: 剪缩型土; 剪胀性; 剪胀率; 深度挖掘; 本构模型; LM算法

中图分类号: TU43

文献标识码: A

doi: 10.13243/j.cnki.slxb.20190273

1 研究背景

土作为多孔多相材料, 其体积会随着剪切作用, 发生体胀或体缩, 前者称为“剪胀”, 后者常被称为“剪缩”, 这种性质被广义地称作剪胀性^[1], 它是土区别于其他材料的重要特性^[2], 也是建立本构模型^[3]的基础。因此, 对土的剪胀性研究一直是岩土工程领域的热点问题。国外学者针对土的剪胀性开展了大量研究。Reynolds^[4]揭示了砂土体积变化是因为粒子之间存在跨越现象而产生的。Rowe^[5]将应力与体积变化联系起来, 提出了应力剪胀理论, 并认为土的剪胀性是由内部几何约束引起的。Been和Jefferies^[6]提出了描述粗粒土剪胀变形的状态参数 ψ 。Cubrinovski和Ishihara^[7]通过实验发现剪胀率与塑性剪应变有关。Li和Dafalias^[8]将剪胀性与材料的当前状态紧密联系起来。Yang等^[9]通过引入修正剪胀系数, 建立了一种考虑剪胀效应的剪胀模型。Li等^[10]在对粉质黏土的三轴实验中, 发现了剪胀率与塑性剪应变之间存在明显的非线性关系。

近十几年来, 国内学者也取得了丰富的研究成果。李广信等^[11]认为, 土的剪胀变化来源于土颗粒从低能状态向高能状态的变化, 其大部分剪胀会随着卸荷而恢复。张建民^[12]认为砂土存在可逆性剪胀是相对滑移机制和平均定向率的可逆变化共同作用的结果。刘元雪等^[13]提出土体的可恢复性剪胀可部分归因于土的各向异性引起的弹性剪胀。黄茂松等^[14]基于特征状态应力比和初始围压对修正剑桥模型中的剪胀方程进行了改进。栾茂田等^[15]利用含有主应力方向的砂土状态参数建立了剪胀方程。迟明杰等^[16]基于细观力学的思想, 对砂土剪胀机理开展了探索, 并得到了新的剪胀模型。熊焕等^[17]提出了一种非共轴因子, 并应用于剪胀模型。孙逸飞等^[18]基于分数阶梯度律, 从理论层面提出了一种分数阶状态依赖的剪胀方程。刘嘉英等^[19]基于状态相关理论, 采用应力洛德角作为模型参数, 提出了一个三维剪胀模型。朱晟等^[20]分析了粗粒土的级配与剪胀性的关系, 并建立了相应的剪

收稿日期: 2019-04-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(41877219); 重庆市自然科学基金项目(cstc2019jcyj-msxm0585); 重庆市规划和自然资源局科技计划项目(KJ-2018016)

作者简介: 杨骏堂(1991-), 博士, 主要从事大数据与岩土本构关系研究。E-mail: yangjt12605@aliyun.com

胀模型。

学者们从能量、状态参数和微观组构等角度来解释剪胀机理，并建立了大量模型，但这些模型的通用性却不尽人意。由于土体剪胀模型的研究是一个较为复杂的问题，它与土体类别和内外影响因素均有关系，仅考虑单一因素对剪胀性的影响不够合理，因此笔者认为可以在考虑剪胀性影响因素的综合作用基础之上，开展土体剪胀性共同规律的研究。通过对不同土类的应力应变关系进行研究和统计分析，根据体应变在剪应力作用下的变化特征可将土分为两类：一类是剪缩型土，即在剪应力作用下，只发生体积压缩，包含正常固结土、松砂等；另一类是剪胀型土，即在剪应力作用下，初期发生体积压缩，随着土体密实度的增大，再发生体积膨胀，包含超固结土、密砂等。从两类土的变化特征看，剪胀型土的变化过程显然更为复杂，同时剪缩阶段可视为其剪胀性变化的前序阶段，所以当研究剪胀型土的时候，不仅需要研究剪胀阶段，更需要结合剪缩阶段的变化特性进行分析。综上，剪缩型土的研究会对剪胀型土的分析奠定一定的研究基础，同时对剪胀型土的研究，以及对研究剪缩型土和剪胀型土的统一问题具有积极的现实意义。

近年来，大数据深度挖掘技术在岩土本构关系领域的应用^[21-23]上表现了突出的能力。说明了大数据技术在剪缩型土的剪胀性研究上也是可行的。本文首先基于 MapReduce 的并行化计算框架，提出一种并行化的 LM 优化算法。然后对大量的剪胀性实验数据进行特征挖掘，分别建立剪胀率与其影响因素之间的相关性函数。在此基础上，考虑剪胀率各影响因素的综合作用，建立新的剪胀模型。

2 一种并行化的 LM 优化回归算法

在本文研究中，需要在剪缩型土试验大数据的基础上，建立关于剪胀率 d 与其各影响因素之间的相关性函数。对于传统回归算法，一方面收敛性较慢，计算不稳定；另一方面在处理大规模数据时效率低下。为了解决以上问题，本文提出了一种基于 MapReduce 计算框架的并行化 LM 优化回归算法。

2.1 Levenberg Marquardt(LM)算法 在进行回归分析时，Gradient Descent(GD)法、Newton 法、Gauss-Newton(GN)法以及 Levenberg-Marquardt(LM)法被广泛使用。GD 法可表示为^[24]：

$$x_{k+1} = x_k - \alpha g \quad (1)$$

式中： α 为迭代步长； g 为负梯度方向，也就是梯度下降方向。Newton 法可表示为^[25]：

$$x_{k+1} = x_k - \mathbf{H}^{-1} g \quad (2)$$

式中： \mathbf{H}^{-1} 为迭代步长， \mathbf{H} 为 Hessian 矩阵。

GN 法是 Newton 法的改进方法，它利用雅可比矩阵 \mathbf{J} 替代 \mathbf{H} 矩阵，可表示为^[24]：

$$\mathbf{H} \approx \mathbf{J}^T \mathbf{J} \quad (3)$$

式中， \mathbf{J}^T 为雅可比矩阵的转置矩阵。在 Newton 法中，需要求解 \mathbf{H} ，运算量大，不利于实现，所以通常在 Newton 法的基础上利用 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ 近似 \mathbf{H} ，省略了 \mathbf{H} 的复杂计算，也就是 GN 法，从而一定程度上保证了计算效率，但由于迭代步长需要保证 \mathbf{H} 是正定的，但是在实际计算中， \mathbf{H} 很有可能是半正定或者其他情况，因此在使用 GN 法时，稳定性差，还可能存在不收敛的情况。正是考虑到 \mathbf{H} 的正定性问题，基于信赖区域理论，引入了一个约束，从而保证算法更具普适性。LM 算法中的迭代公式可表示为^[26]：

$$x_{k+1} = x_k - \left(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1} g \quad (4)$$

从式(4)可知， $\mathbf{H} \approx \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}$ ， \mathbf{I} 表示单位矩阵， λ 为学习参数。当 $\lambda > 0$ 时， $\left(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \lambda \mathbf{I} \right)^{-1}$ 恒为正值，这也就确保了迭代步长是正定的。当 $\lambda = 0$ 时，式(4)可转化 GN 法；当 $\lambda = \infty$ 时，式(4)可转化 GD 法。LM 算法的好处在于，当梯度下降的太快，可使用较小的 λ ；当梯度下降的太慢，又可使用较大的 λ 。使用 LM 算法解决了收敛性慢等问题，所以能表现出良好的性能。本文在 Kaggle 数据库的回归型数据子库中选择了 500 条数据，作为比较不同算法效果的实验数据。在进行实验之前，从

500条实验数据中随机抽取200条数据构成一组训练数据，以此方法，得到10组训练数据，再分别利用GD法、GN法和LM算法进行回归训练，比较结果如表1所示。

表1 不同回归算法的比较

| 算法 | 平均迭代次数 | 平均训练时间/ms | 错误率/% |
|-----|--------|-----------|-------|
| GD法 | 50 | 391.8 | 0 |
| GN法 | 48 | 352.5 | 30 |
| LM法 | 30 | 123.3 | 0 |

从表1可以看出，LM算法相比于传统的回归算法，收敛速度更快，鲁棒性更好。

2.2 MapReduce并行化计算框架 首先将大量待处理数据划分为若干块，然后交由并行化框架中的Map作业节点分别计算，运算结束后，再通过Reduce阶段组合^[27]。根据运行顺序，可把MapReduce框架分成如图1所示的4个阶段。

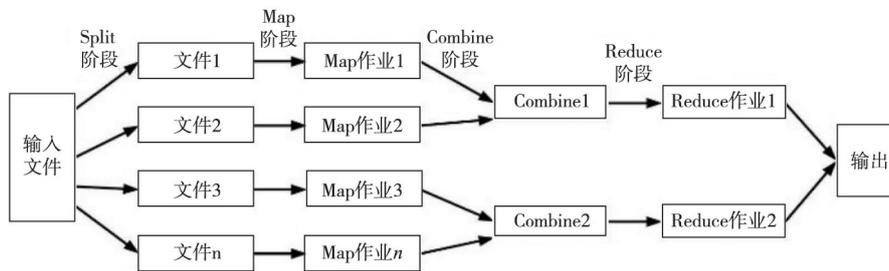


图1 MapReduce并行化框架的流程图

(1)Split阶段。在Map阶段之前，系统会根据输入文件计算Split个数，每个Split文件会对应一个Map任务，此时Split文件中存储的不是待处理数据，而是一个Split文件的长度和一个记录数据所在存储位置的数组。

(2)Map阶段。可根据实际算法需要，自定义Map阶段的处理逻辑函数，然后各Map作业节点会读取对应的文件，并将文件解析成为键值对。一般地，键(Key)指一组数据的所在位置，值(Value)指该组数据的具体元素，因此可用一个键值对来表示一组数据。

(3)Combine阶段。这是一个可根据实际算法需要自定义的函数，主要对Map阶段所得到键值对进行相应处理，一般情况下是做一个合并重复键的操作。

(4)Reduce阶段。即执行Reduce函数，将所有结果进行全局汇总并存储到对应的文件中。

通过以上分析可知，在传统回归算法中，每次迭代都必须遍历所有数据，所以计算效率低下。采用MapReduce并行化计算框架可将负责的大任务分解成若干个小任务，让集群中的多个工作节点并行化地执行，从而大大提高运行效率和计算稳定性。

2.3 基于MapReduce的LM优化回归算法 在2.1节和2.2节的研究基础上，提出了基于MapReduce框架的LM优化回归算法。需要注意的是，在Map阶段进行拆分的前提是子任务可以并行计算，即彼此之间没有依赖关系，相互独立。因此，研究LM算法中的可并行化过程，是提高算法运行效率的必要手段。在本文MapReduce并行化框架下的LM算法的具体迭代流程为：

①初始化参数。 $k=0$; $v=2$; $x=x_0$; $A=J^T J$; $g=J^T f$;

②根据如式(5)所示的迭代公式，求解 h_{lm} (h_{lm} 为迭代步长)；

$$(A + \lambda I)h_{lm} = -g \quad (5)$$

③判别：如果 $\|h_{lm}\| \leq \varepsilon_2(\|x\| + \varepsilon_2)$ ，则结束循环(此处的 ε_1 ， ε_2 表示收敛的条件，不是指应变)；

④分别计算式(6)和式(7)；

$$x_{k+1} = x_k + h_{lm} \quad (6)$$

$$\rho = \frac{F(x_k) - F(x_{k+1})}{L(0) - L(h_{lm})} \quad (7)$$

⑤如果 $\rho > 0$ ，则有式(8)和(9)；

$$x_{k+1} = x_k \quad (8)$$

$$A = J^T J; \quad g = J^T f \quad (9)$$

如果 $g \leq \varepsilon_1$ ，则结束循环，并且有式(10)；

$$\lambda = \lambda \times \max\left\{\frac{1}{3}, 1 - (2\rho - 1)^3\right\}; \quad v = 2 \quad (10)$$

⑥如果 $\rho \leq 0$ ，则有式(11)；

$$\lambda = \lambda \times v; \quad v = 2 \times v \quad (11)$$

⑦跳转到第②步。

通过对以上迭代过程的分析，可发现步骤②、④和⑤具有完全的可并行性，因此可将其完全应用于本文建立 MapReduce 并行化计算框架。为了验证本文提出算法的优越性，在 Kaggle 数据库的回归型数据子库中选择了 20 000 条数据，然后从中随机选择 10 000 条数据构成一组训练数据，以此方法，得到 10 组训练数据作为比较不同算法效果的实验数据。分别利用 GN 法、LM 算法和本文提出的基于 MapReduce 的 LM 优化回归算法在不同数据量下进行回归训练，比较结果如图 2 所示。

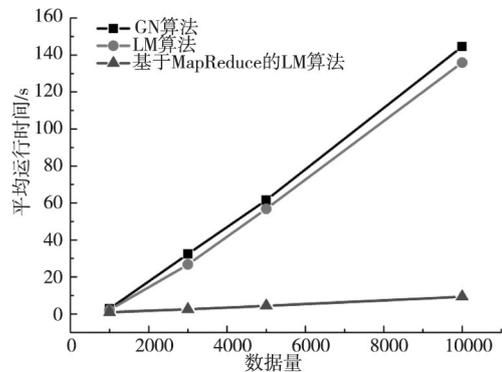


图 2 不同数据量下训练效果比较

从图 2 可知，本文提出的基于 MapReduce 的 LM 优化回归算法在不同数据量下的训练时间明显少于传统训练算法，表明利用 MapReduce 计算框架后算法的效率和稳定性都得到显著提升。

3 剪缩型土的剪胀计算模型

剪胀性数据收集的代表性和可靠性是保证本文研究的重要条件。因此本文在对数据进行收集时从数据的来源、提取和检验三个过程进行严格控制。

(1)数据来源的控制。本文数据主要取自表 2 所示的权威刊物中发表的论文资料，相比于其他数据来源，可以说从源头上确保了数据的代表性和可靠性。

(2)数据提取的控制。一方面由于应力路径对土的剪胀性影响比较复杂，考虑到常规三轴压缩试验在实际应用中较为普遍，数据丰富并且较易获取。因此在本文研究中要求试验数据必须来源于常规三轴压缩试验的土样本。另一方面选择的土样本需要根据剪缩型土的基本力学特性，如体应变、应力增量和剪胀率恒大于 0 等条件来去除不符合的试验数据，并且其体应变随轴向应变的变化趋势需

表 2 文献主要来源表

| 中文期刊 | 外文期刊 |
|-------------|---|
| 《岩石力学与工程学报》 | 《Geotechnique》 |
| 《岩土工程学报》 | 《Soils and Foundations》 |
| 《岩土力学》 | 《International Journal of Geomechanics》 |
| 《水利学报》 | 《Journal of Geotechnical Engineering》 |
| 《土木工程学报》 | 《Computers and Geotechnics》 |

要符合图3中曲线所示。同时在提取试验数据点时，必须按照实际的试验点进行提取，并且要求提取的数据点不少于25个。因为如果数据点提取的过少，会影响到应力应变关系的真实表达。严格控制数据的提取过程进一步确保了数据的可靠性。

(3)数据检验的控制。考虑到在第(1)和(2)过程中可能出现的人为因素影响，将课题组分为两个小组，严格按照上述过程进行交叉检验，最终得到了215个剪缩型土样本，并计算得到相应的剪胀性数据，其中部分土样本的数据如表3所示： d 表示剪胀率， p 表示平均球应力， q 表示广义剪应力， dp 、 dq 分别表示平均球应力和广义剪应力的增量， ε_v^p 、 ε_s^p 分别表示塑性体应变和塑性剪应变。

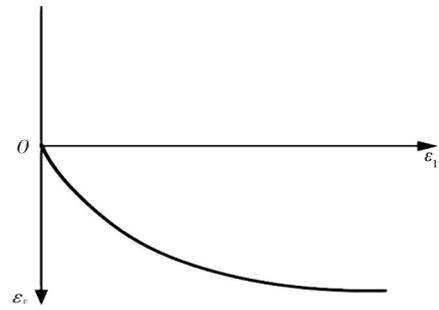


图3 剪缩型土中 ε_v^p 与 ε_s^p 的关系

表3 部分剪缩型土样本的实验数据

| 样本编号 | 实验序列点 | d | p | q | dp | dq | ε_v^p | ε_s^p | ... |
|------|-------|------|--------|---------|-------|-------|-------------------|-------------------|-----|
| S-1 | 1 | 0.49 | 61.23 | 33.71 | 4.33 | 13.01 | 0.0001 | 0.0002 | ∴ |
| | 2 | 0.23 | 66.85 | 50.58 | 2.09 | 6.26 | 0.0007 | 0.0028 | ∴ |
| | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ |
| | 22 | 0.01 | 86.12 | 108.38 | 0.48 | 1.45 | 0.0216 | 0.1684 | ∴ |
| | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ |
| N-2 | 1 | 0.57 | 729.71 | 389.12 | 21.77 | 65.31 | 0.0011 | 0.0019 | ∴ |
| | 2 | 0.37 | 754.19 | 462.585 | 24.48 | 73.47 | 0.0035 | 0.0084 | ∴ |
| | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ |
| | 23 | 0.06 | 795.91 | 587.75 | 0.91 | 2.73 | 0.0127 | 0.0890 | ∴ |
| | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ | ∴ |

3.1 剪胀率的影响因素 剪胀率 d 是衡量土体剪胀性的重要指标。因此对 d 的相关影响因素的研究显得尤为必要。在应力剪胀理论^[5]中，认为 d 与应力比 q/p 唯一相关。文献[7]指出 d 会受到塑性剪应变 ε_s^p 的影响。考虑到塑性体应变 ε_v^p 也是描述土体剪胀性的一个重要参数，所以表明 d 与 ε_v^p 、 ε_s^p 也存在相关关系。岩土材料不同于其他材料，其变形过程不仅取决于当前应力的状态，还会受到应力增量状态 dp 和 dq 的影响。综上分析，本文利用215个剪缩型土样本的剪胀性数据，分别计算了 d 与 p 、 q 、 q/p 、 ε_v^p 、 ε_s^p 、 dp 、 dq 的相关系数，结果如图4所示。

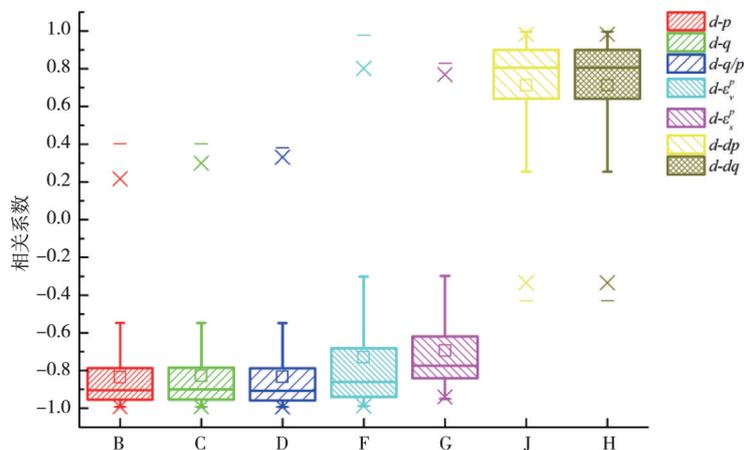


图4 剪胀率与不同因素之间的相关系数

从图4可知, 剪胀率 d 与应力参数 p 、 q 、 q/p 的相关系数均值达到 -0.82 , 表明 d 与 p 、 q 、 q/p 呈高度负相关; 剪胀率 d 与应变参数 ε_v^p 、 ε_s^p 的相关系数均值达到 -0.69 , 表明 d 与 ε_v^p 、 ε_s^p 呈显著负相关; 剪胀率 d 与应力增量参数 dp 、 dq 的相关系数均值达到 0.71 , 表明 d 与 dp 、 dq 呈显著正相关。考虑到一方面应力参数 p 、 q 处于同一量级, 另一方面在以往的研究中多采用 q/p 作为研究对象, 并且 d 与 q/p 的相关性更强, 且远高于 ε_v^p 、 ε_s^p 、 dp 、 dq , 所以在本文中选择了 q/p 作为 d 的主要影响因素, 而将 ε_v^p 、 ε_s^p 、 dp 、 dq 作为 d 的附加影响因素进行研究。

3.2 剪胀率与主要影响因素之间的相关性函数 在本节中, 基于剪缩型土的剪胀性大数据特征, 再根据其基本力学特性和本文提出的并行化 LM 优化回归算法, 建立了剪胀率与主要影响因素之间的相关性函数。

Cubrinovski 等^[7] 提出, 研究土的剪胀性的最佳方法是绘制 d 随应力比 q/p 变化的曲线。 d 随 q/p (q/p 可记作 η) 的变化可分为以下三个阶段。①当 $\eta=0$ 时, $d=\infty$, 土体呈现等向压缩的变形特性; ②当 $0<\eta<M$ (M 为临界状态时的应力比), $d>0$, 土体处于剪缩变形阶段; ③临界状态时, 有 $\eta=M$, $d=0$ 。考虑到剪缩型土样本中 η 范围差别较大, 所以基于 \bar{M} 对 η 进行归一化处理, 如下式所示:

$$\bar{\eta} = \frac{\eta}{M} \quad (12)$$

$\bar{\eta}$ 表示归一化后的 η , 根据如图5所示的 d 与 $\bar{\eta}$ 的大数据特征, 依据上述①—③的变形阶段, 并参考修正剑桥模型和统一硬化理论^[28], 可提出相关性函数 $f(\eta)$, 如下式所示:

$$f(\eta) = d_\eta = \frac{\bar{M}^{n_1} - \bar{\eta}^{n_1}}{n_2 * \bar{\eta}^{n_3}} \quad (13)$$

式中: \bar{M} 为 $\bar{\eta}$ 所对应的临界状态应力比; d_η 为主要影响因素 η 所对应的剪胀率, 通过本文提出的并行化 LM 优化回归算法, 即可得到如图5中所示的拟合曲线。此时参数为: $n_1=3.862$, $n_2=2.154$, $n_3=1.027$, 拟合度为 0.744 。由此发现, 仅利用主要影响因素 η 得到的剪胀模型, 虽然可以大致地描述剪胀率的变化特性, 但却不能与实际值良好吻合, 因此本文考虑了剪胀率附加影响因素的作用, 以期建立一个更为科学合理的剪胀模型。

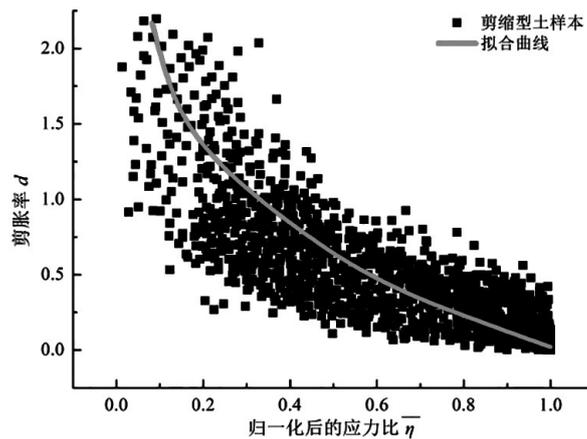


图5 d 与 $\bar{\eta}$ 的大数据特征

3.3 剪胀率与附加影响因素之间的相关性函数 在3.2节中, 已研究了 η 对 d 的影响, 并得到了 d_η 与 η 的相关性函数。本节中利用式(14)即可得到附加因素对 d 的影响:

$$d_a = \frac{d}{d_\eta} - 1 \quad (14)$$

式中, d_a 表示纯考虑应力比 η 的剪胀率误差, 也是附加影响因素对剪胀率影响的比例。

本节主要研究 d_a 与附加影响因素之间的相关关系。

3.3.1 d_a 与 ε_v^p 的相关性函数 根据剪缩型土的基本力学特性可知，塑性体应变 ε_v^p 在剪切作用下逐渐增大。考虑到剪缩型土样本中 ε_v^p 范围差别较大，本文将 ε_v^p 归一化后再进行研究，归一化方法如下式所示：

$$\overline{\varepsilon_v^p} = \frac{\varepsilon_v^p}{\varepsilon_{vcs}^p} \quad (15)$$

式中： ε_{vcs}^p 为临界状态(critical state)时的 ε_v^p ； $\overline{\varepsilon_v^p}$ 为归一化后的 ε_v^p 。 d_a 与 $\overline{\varepsilon_v^p}$ 的大数据特征关系如图 6 所示， d_a 随着 $\overline{\varepsilon_v^p}$ 的增加而逐渐减小，当 $\overline{\varepsilon_v^p}=1$ 时， d_a 趋近于 0。因此可提出相关性函数 $f_1(\varepsilon_v^p)$ ，如下式所示：

$$f_1(\varepsilon_v^p) = d_a = \frac{1}{n_4 + n_5 \times \exp(\overline{\varepsilon_v^p})} \quad (16)$$

通过本文提出的并行化 LM 优化回归算法，即可得到如图 6 中所示的拟合曲线。此时参数为： $n_4=-7.912$ ， $n_5=10.564$ ，拟合度为 0.704。

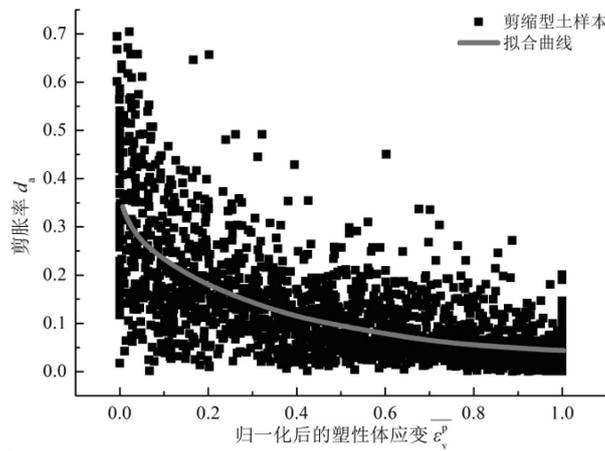


图 6 d_a 与 $\overline{\varepsilon_v^p}$ 的大数据特征

3.3.2 d_a 与 ε_s^p 的相关性函数 根据剪缩型土的基本力学特性可知，塑性剪应变 ε_s^p 在剪切作用下逐渐增大。考虑到 ε_s^p 在临界状态下仍然会继续增大，所以本文将初始临界状态(initial critical state)时的 ε_s^p 记作 ε_{sics}^p 。又因为剪缩型土样本的 ε_s^p 范围差别较大，因此可基于 ε_{sics}^p 对 ε_s^p 进行归一化处理，如下式所示：

$$\overline{\varepsilon_s^p} = \frac{\varepsilon_s^p}{\varepsilon_{sics}^p} \quad (17)$$

式中， $\overline{\varepsilon_s^p}$ 表示归一化后的 ε_s^p 。

d_a 与 $\overline{\varepsilon_s^p}$ 的大数据特征关系如图 7 所示， d_a 随着 $\overline{\varepsilon_s^p}$ 的增大而逐渐减小，当 $\overline{\varepsilon_s^p}=1$ 时， d_a 趋近于 0。因此可提出 d_a 与 ε_s^p 的相关性函数 $f_2(\varepsilon_s^p)$ ，如下式所示：

$$f_2(\varepsilon_s^p) = d_a = \frac{1}{n_6 + n_7 \times \exp(\overline{\varepsilon_s^p})} \quad (18)$$

通过本文提出的并行化 LM 优化回归算法，即可得到如图 7 中所示的拟合曲线。此时参数为：

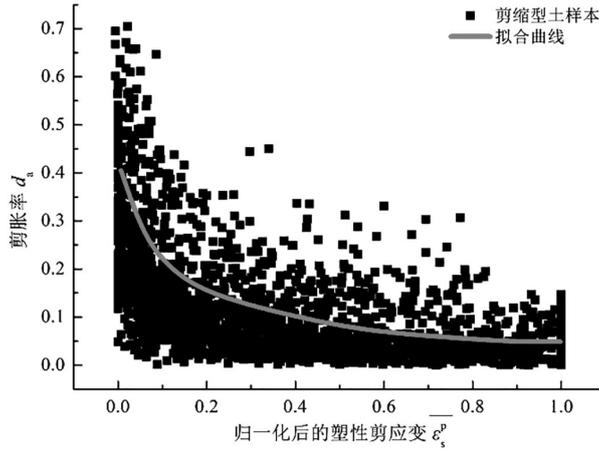


图7 d_a 与 $\bar{\varepsilon}_s^p$ 的大数据特征

$n_6=-17.359$, $n_7=19.681$, 拟合度为 0.685。

3.3.3 d_a 与 dp 、 dq 的相关性函数 考虑到剪缩型土样本中 dp 、 dq 范围差别较大, 因此选择先期固结压力 P_c 分别对其进行归一化处理, 如下式所示:

$$\overline{dp} = \frac{dp}{P_c} \quad (19)$$

$$\overline{dq} = \frac{dq}{P_c} \quad (20)$$

式中, \overline{dp} 和 \overline{dq} 分别表示归一化后的 \overline{dp} 和 \overline{dq} 。 d_a 与 \overline{dp} 、 \overline{dq} 的大数据特征关系如图 8 所示。

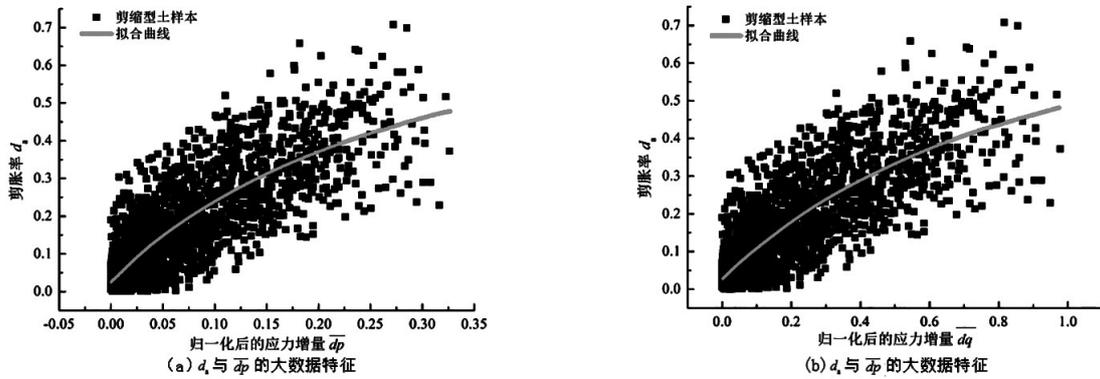


图8 d_a 与应力增量的大数据特征

从图 8 可知, d_a 分别随着 \overline{dp} 、 \overline{dq} 的增加而逐渐变大, 因此可提出 d_a 分别与 dp 、 dq 的相关性函数 $f_3(dp)$ 、 $f_4(dq)$, 如下式所示:

$$f_3(dp) = d_a = \frac{n_8 + \overline{dp}}{n_9 + n_{10} \times \overline{dp}} \quad (21)$$

$$f_4(dq) = d_a = \frac{n_{11} + \overline{dq}}{n_{12} + n_{13} \times \overline{dq}} \quad (22)$$

通过本文提出的并行化 LM 优化回归算法, 即可得到如图 8 中所示的拟合曲线。此时式(21)中参数为: $n_8=0.009$, $n_9=0.342$, $n_{10}=1.091$, 拟合度为 0.674。此时式(22)中参数为: $n_{11}=0.026$, $n_{12}=1.026$, $n_{13}=1.079$, 拟合度为 0.673。

3.4 基于剪胀性大数据特征的计算模型 从 3.2 与 3.3 节可知, 基于大量剪缩型土样本实验数据建立的剪胀率与各影响因素之间的相关性函数拟合度均较低, 这表明了剪胀率不能只考虑单一影响因素

的作用，而是需要综合考虑主要因素和附加因素的影响。 d_a 与 ε_v^p 、 ε_s^p 、 dp 、 dq 之间的相关性函数实际上包含了所有附加影响因素的作用，因此在总的剪胀模型中需要根据它们的相关性差异进行加权处理。本文计算了 d_a 与各附加影响因素之间的相关系数，结果如表 4 所示。

表 4 d_a 与各附加影响因素之间的相关系数

| $r_{\varepsilon_v^p}$ | $r_{\varepsilon_s^p}$ | r_{dp} | r_{dq} |
|-----------------------|-----------------------|----------|----------|
| -0.844 | -0.829 | 0.824 | 0.823 |

由此可计算出各附加因素对 d_a 影响的权重值，如下式所示：

$$w_{\varepsilon_v^p} = \frac{|r_{\varepsilon_v^p}|}{|r_{\varepsilon_v^p}| + |r_{\varepsilon_s^p}| + |r_{dp}| + |r_{dq}|} \quad (23)$$

式中： $w_{\varepsilon_v^p}$ 表示 ε_v^p 对 d_a 的影响权重值，同理计算得： $w_{\varepsilon_v^p}=0.254$ ， $w_{\varepsilon_s^p}=0.250$ ， $w_{dp}=0.248$ ， $w_{dq}=0.248$ 。

综上，本文根据剪缩型土的基本力学特性，结合主要影响因素和附加影响因素的相关性函数，建立了如下式所示的剪缩型土剪胀计算模型：

$$d = f(\eta) \left[1 + w_{\varepsilon_v^p} \times f_1(\varepsilon_v^p) + w_{\varepsilon_s^p} \times f_2(\varepsilon_s^p) + w_{dp} \times f_3(dp) + w_{dq} \times f_4(dq) \right] \quad (24)$$

式中： $f(\eta)$ 表示主要影响因素 η 与 d_η 的相关性函数； $f_1(\varepsilon_v^p)$ 、 $f_2(\varepsilon_s^p)$ 、 $f_3(dp)$ 、 $f_4(dq)$ 分别表示附加影响因素 ε_v^p 、 ε_s^p 、 dp 、 dq 与 d_a 的相关性函数。同时，式(24)可转换为式(14)的形式，即 $d = d_\eta(1 + d_a)$ ，模型中各参数值分别从 2.3 节建立的各项相关性函数中通过 LM 优化算法获得。

从式(24)可知，当处于临界状态时，本文模型有 $f(\eta)=0$ ， $d=0$ 。同时，本文模型(见式(24)和表 5)与第 3 节中收集到的所有剪缩型土样本的剪胀率拟合度为 0.938，明显高于各类影响因素的相关性函数拟合度，这表明了本文模型不仅能够良好地模拟剪缩型土剪胀性变化的共同规律，还进一步证明了考虑主要因素和附加因素综合影响的剪胀模型是更为科学合理的。

表 5 剪胀模型的参数值

| 主要影响因素的参数 | | | 附加影响因素的参数 | | | | | | | | | |
|-----------|-------|-------|-----------|--------|---------|--------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|
| n_1 | n_2 | n_3 | n_4 | n_5 | n_6 | n_7 | n_8 | n_9 | n_{10} | n_{11} | n_{12} | n_{13} |
| 3.862 | 2.154 | 1.027 | -7.912 | 10.564 | -17.359 | 17.681 | 0.009 | 0.342 | 1.091 | 0.026 | 1.026 | 1.079 |

4 剪胀模型的检验

4.1 剪胀模型的比较 剑桥模型和修正剑桥模型中的剪胀方程是经典的剪缩型土剪胀模型，在本文中分别记作模型 1 和模型 2，如下式所示：

$$d = M - \eta \quad (25)$$

$$d = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \quad (26)$$

式中， M 表示临界状态时所对应的应力比。

本文模型是在剪缩型土的大量实验数据特征挖掘基础上，再根据其基本力学特性和 LM 优化回归算法建立的，所以它不同于一般统计学意义上的计算模型，而是具有一定理论意义和应用背景的。为了验证本文模型的适用性和准确性，本文重新选择了一组独立的未参与之前模型建立的实验数据作为测试数据集。一般地，用于建立模型的训练数据和测试数据的数量之比为 7:3，所以测试数据集包含了 92 个剪缩型土样本。作为测试数据集的剪缩型土样本同样也取自于表 2 中的文献实验数据，

并且测试数据集的选择标准也与训练数据集相同。本文将测试数据集分别在剑桥模型和修正剑桥模型下的剪胀方程以及本文模型(见式(24)和表5)下进行比较,结果分别如图9—图11所示。

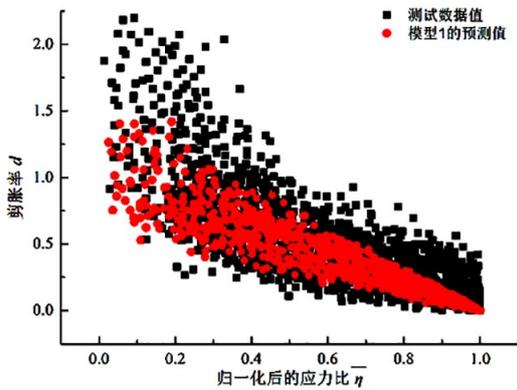


图9 模型1下剪胀率实验值与预测值比较

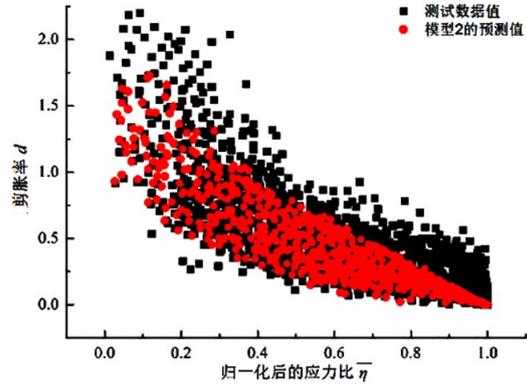


图10 模型2下剪胀率实验值与预测值比较

从图9可知,模型1与本文测试数据组的剪胀率拟合度为0.484,虽然能够大致描述其剪胀率的变化趋势,但不能与实验值良好吻合。特别是当剪胀率较大时,模型效果不理想。这是因为它只能反映 d 与 η 之间的线性关系,而从剪缩型土的 d 与 η 的大数据特征可知,二者呈明显的非线性关系。

从图10可知,模型2与本文测试数据组的剪胀率拟合度为0.646。相较于模型1,模型2效果有所提高,这是因为后者可描述 d 与 η 的非线性特征关系,但同时也存在着低估其剪缩性的问题,具体表现为在模拟较大的剪胀率时,模型效果仍然欠佳。

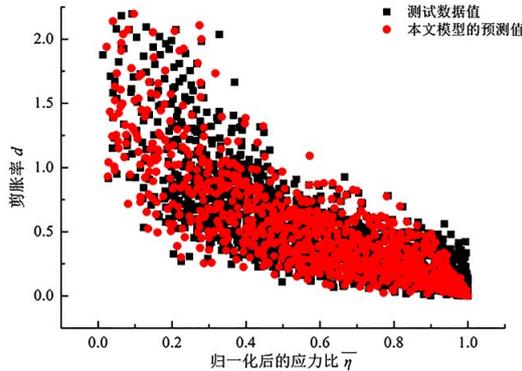


图11 本文模型下剪胀率实验值与预测值比较

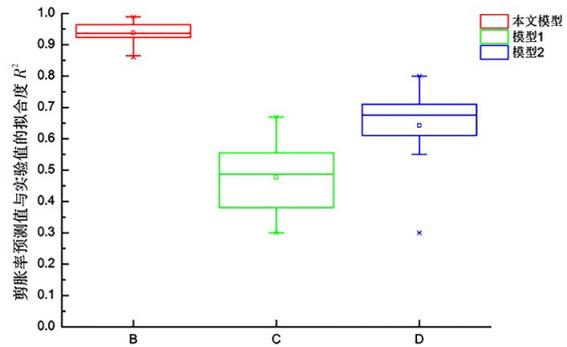


图12 不同剪胀模型下剪胀率拟合度的箱型图

在图11中,本文模型(见式(24)和表5)与测试数据组的剪胀率拟合度为0.938,相比于模型1和模型2,本文模型效果明显提高。一方面这是因为本文模型能够良好的描述 d 与 η 的非线性特征关系,另一方面则是因为考虑了剪胀率各影响因素的综合作用,从而解决了剪缩性在剪缩阶段被低估的问题。

图12为不同剪胀模型下的剪胀率预测值与实验值拟合度的箱型图,它可用于反映个体剪缩型土样本的拟合度预测结果的分布特征,还可以用于多组数据分布特征的比较。从图12可知,模型1和模型2的箱型图分布范围较宽,均值较小,表明各土样本的拟合度范围差别较大,并且拟合精度较低;本文模型的箱型图分布范围窄,均值大,表明各土样本的拟合度差别小,并且拟合精度高。综上分析,无论从总体统计还是个体样本来研究,本文模型的拟合精度结果相较于模型1和模型2都显著提高。

4.2 剪胀模型的验证 为了进一步验证本文模型的适用性,选择未参与本文剪缩型土样本统计的文献[29]中Bothkennar原状黏土在不同应力路径下的实验数据。Bothkennar原状黏土试验的多种应力路径如图13所示。其中,路径4表示在等 q 作用下, p 逐渐减小的应力路径,此时土在剪

切作用下体积膨胀。路径5初始阶段为常规三轴压缩路径，到达 p 轴后，为常规三轴伸长路径。由于本文模型研究的是剪缩型土在常规三轴压缩实验条件下的剪胀变化特性，因此在对本文模型进行验证时，选择剪缩型路径1—3。不同应力路径下的剪胀模型预测值与实验值的比较情况如图14所示。为了量化不同应力路径下剪胀模型的拟合效果，剪胀率的实验值与三种剪胀模型下的预测值之间的欧式距离如表6所示。

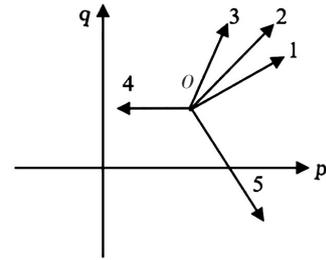


图13 不同应力路径

从图14和表6可知，本文模型在三种不同应力路径下的欧式距离均值为0.156，基本保持在相对较小的范围内，表明剪胀率预测值与实验值能良好吻合；模型2在三种不同应力路径下的欧式距离均值为0.711，表明剪胀率预测值与实验值的变化趋势基本符合，但是在剪缩阶段却低估了其剪缩性，表现为预测值偏小；模型1在三种不同应力路径下的欧式距离均值为2.038，说明预测值与实验值误差相对较大，这是因为在该模型下剪胀率预测值呈线性表达，所以不能描述剪胀率与应力比之间的非线性特征关系。总的来说，本文模型不仅能够良好地描述各阶段和特征状态下的剪胀率变化情况，而且在不同应力路径下对于剪缩型土的剪胀率变化特性均有较强的适应性。

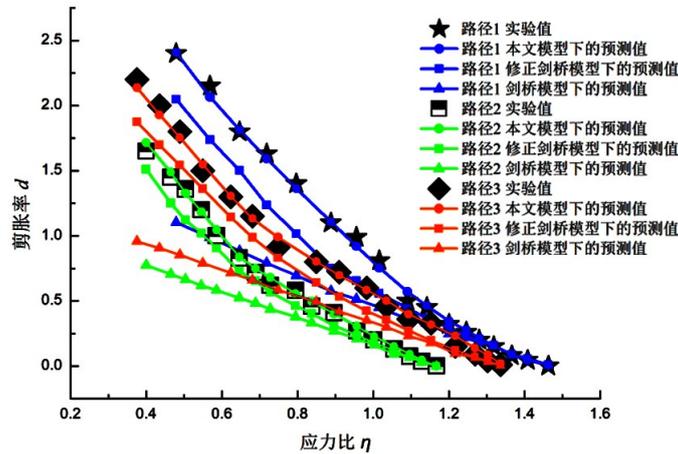


图14 不同应力路径下的剪胀模型预测与试验值模拟效果

表6 不同应力路径下的剪胀模型预测与实验值的欧式距离

| | 路径1 | 路径2 | 路径3 |
|------|-------|-------|-------|
| 本文模型 | 0.153 | 0.130 | 0.186 |
| 模型2 | 0.998 | 0.451 | 0.685 |
| 模型1 | 2.239 | 1.608 | 2.268 |

5 剪胀模型的讨论

(1)在一般的剪胀模型中，认为应力比是剪胀率的唯一影响因素。本文通过对大量剪缩型土剪胀性实验数据的特征挖掘，发现剪胀率不仅与应力比有关，还与应变和应力增量有关，这就是一般剪胀模型不合理的根本原因。由各相关性函数综合建立的剪胀模型的拟合度明显高于单个影响因素的拟合度，进一步表明了剪缩型土的剪胀模型仅仅考虑单个因素的影响是远远不够的，必须考虑主要影响因素和附加影响因素的综合作用。

(2)在建立剪胀模型的过程中，考虑到不同土类应力应变关系存在差异，因此在研究剪胀率与各影响因素之间的相关性函数时进行了归一化处理，本文模型也是在剪胀率与各影响因素的相关性函

数基础上综合建立的。验证试验结果也表明了本文模型可以较好地反映剪缩型土的剪胀率变化共同规律,所以在研究不同剪缩型土的剪胀性的时候,只需通过归一化的逆处理方法即可反映出不同土类个体的差异和特性,这在4.2节中的多应力路径验证试验中可以体现,这也进一步证明了本文采用的基于大数据技术来建立剪胀模型的方法针对不同类别的剪缩型土具有良好的适用性,所以不会掩盖不同剪缩型土间的差别。

(3)目前来看,相比于常规的试验研究到理论推导的方法,本文是针对剪缩型土在简单应力路径下的剪胀性变化规律研究,对复杂受力情况下的土体表现还尚未建立起系统性的研究方法,这是因为当前在岩土工程领域对大数据技术的研究利用不够深入,尚未建立起系统的试验数据存储库,因此对开展复杂受力条件下的大数据本构关系研究造成了一定的困难。但是随着大数据技术在岩土工程领域的发展,这一问题势必会得到解决,笔者希望本文方法能为土体本构关系的研究开辟出新的道路。

(4)采用大数据技术研究剪缩型土的剪胀性特征,是课题组在土体本构关系与大数据交叉领域中的初步探索,希望能从中获取关于剪胀性的变化规律,加深对土体基本力学特性的认识。本文提出的剪胀模型较合理地考虑了剪胀率各类影响因素的综合作用,虽然得到了参数的一些定性的物理意义,但对于参数更为精确的物理意义,下一步我们还将重点进行研究探索。

6 结论

(1)提出了一种并行化的LM优化回归算法。该算法结合了LM算法的核心思想,并在MapReduce计算框架下解决了剪胀性大数据回归分析时的全局优化性差、收敛性慢、计算效率低的问题。(2)通过大数据深度挖掘技术,揭示了应力、应变以及应力增量对剪缩型土的剪胀性影响的大数据特征。通过本文提出的并行化LM优化回归算法分别得到了剪胀率与各影响因素之间的相关性函数。根据剪缩型土的基本力学特性,建立了可以良好反映其剪胀特性共同规律的剪胀模型。(3)本文建立的剪胀模型和剪缩型土实验数据的剪胀率拟合度为0.938,明显优于剑桥模型和修正剑桥模型下的剪胀模型,并且还可以较好地反映不同应力路径下本文未统计的实验土样本的剪胀特性。

参 考 文 献:

- [1] 陈愈炯,俞培基,魏汝龙.论土的剪胀性[J].水利学报,1964(6):76-80.
- [2] PRADHAN T B S, TATSUOKA F, SATO Y. Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading[J]. Soils and Foundations, 1987, 29(1): 45-64.
- [3] MATSUOKA H, SAKAKIBARA K. A constitutive model for sands and clays evaluating principal stress rotation [J]. Soils and Foundations, 1987, 27(4): 73-88.
- [4] REYNOLDS O. On the dilatancy of media composed of rigid particles in contact with experimental illustrations [J]. Philosophical Magazine, 1885, 20(127): 469-481.
- [5] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1962, 269(13): 500-527.
- [6] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Géotechnique, 1985, 22(6): 99-112.
- [7] CUBRINOVSKI M, ISHIHARA K. Modeling of sand behavior based on state concept[J]. Soils and Foundations, 1998, 38(3): 115-127.
- [8] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, 50(4): 449-460.
- [9] YANG Z X, XU T, LI X S. J2-deformation type model coupled with state dependent dilatancy[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 105(4): 129-141.
- [10] LI Q L, LING X Z, HU J J. Experimental investigation on dilatancy behavior of frozen silty clay subjected to long-term cyclic loading[J]. Cold Regions Science and Technology, 2018, 153(21): 156-163.

- [11] 李广信, 郭瑞平. 土的卸载体缩与可恢复剪胀[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 158-161.
- [12] 张建民. 砂土的可逆性和不可逆性剪胀规律[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 15-20.
- [13] 刘元雪, 施建勇. 土的可恢复性剪胀的一种解释[J]. 岩土力学, 2002, 23(3): 304-308.
- [14] 黄茂松, 扈萍, 张宏博. 考虑剪胀性和应变软化的粉细砂双屈服面本构模型[J]. 水利学报, 2008, 39(2): 129-136.
- [15] 栾茂田, 刘鹏, 王忠涛. 考虑剪切中主应力方向的砂土本构模型[J]. 水利学报, 2013, 44(4): 470-477.
- [16] 迟明杰, 赵成刚, 李小军. 砂土剪胀机理的研究[J]. 土木工程学报, 2009, 42(3): 99-104.
- [17] 熊焕, 郭林, 蔡袁强. 主应力轴变化下非共轴对砂土剪胀特性影响[J]. 岩土力学, 2017, 38(1): 133-140.
- [18] 孙逸飞, 陈成. 无状态变量的状态依赖剪胀方程及其本构模型[J]. 岩土力学, 2019, 40(5): 1-10.
- [19] 刘嘉英, 马刚, 周伟. 基于离散元的颗粒材料三维临界状态与剪胀特性研究[J]. 水利学报, 2017, 48(9): 1107-1117.
- [20] 朱晟, 宁志远, 钟春欣. 考虑级配效应的堆石料颗粒破碎与变形特性研究[J]. 水利学报, 2018, 49(7): 849-857.
- [21] 曾静, 王靖涛. 土的本构关系的数值建模方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(S2): 2336-2340.
- [22] BANIMAHDI A, YASROBI S S, WOODWARD P K. Artificial neural network for stress-strain behavior of sandy soils: Knowledge based verification[J]. Computers and Geotechnics, 2005, 32(5): 377-386.
- [23] ZHOU W H, TAN F, YUEN K V. Model updating and uncertainty analysis for creep behavior of soft soil[J]. Computers and Geotechnics, 2018, 100(12): 135-143.
- [24] 黄发明, 殷坤龙, 蒋水华. 基于聚类分析和支持向量机的滑坡易发性评价[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(1): 156-167.
- [25] 于卓熙, 靳雨佳. 基于改进人工鱼群算法的回归模型参数估计[J]. 统计与决策, 2018, 34(22): 75-77.
- [26] WILAMOWSKI B, YU M H. Improved computation for Levenberg-Marquardt training[J]. IEEE transactions on neural networks, 2010, 21(6): 930-937.
- [27] 宋哲理, 王超, 王振飞. 基于MapReduce的多级特征选择机制[J]. 计算机科学, 2018, 45(S2): 468-473.
- [28] 姚仰平, 侯伟, 罗汀. 土的统一硬化模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(10): 2135-2151.
- [29] SIMITH P R, JORDINE R J, HIGHT D W. The yielding of bothkennar clay[J]. Géotechnique, 1992, 42(2): 257-274.

Big data characteristic of dilatancy and calculation model of the negative dilatancy soil

YANG Juntang, LIU Yuanxue, HE Shaoqi

(Army Logistics University of PLA, Chongqing Key Laboratory of Geomechanics and Geoenvironment Protection,
Chongqing 401311, China)

Abstract: The dilatancy is an important characteristic of geotechnical materials, which is different from other materials. Its basic mechanical properties have not been studied thoroughly, so the relevant constitutive model can't fully reflect the deformation mechanism of geotechnical materials. A parallel LM optimal regression algorithm was proposed in this paper. The algorithm solved the problems of poor global optimization, slow convergence and unstable calculation in regression analysis of large-scale data of dilatancy of negative dilatancy soils. The correlation functions between the dilatancy rate and its influencing factors were obtained by using this algorithm. According to the big data characteristics of dilatancy and basic mechanical properties of negative dilatancy soil, the comprehensive effects of the main and additional factors of dilatancy rate were considered, a calculation model which can reflect the common law of dilatancy of negative dilatancy soil was constructed. The fitting degree of the model and all test data of negative dilatancy soil is as high as 0.938, which is obviously better than Cambridge model and modified Cambridge model, and this model can better reflect the dilatancy of negative dilatancy soil under different stress paths.

Keywords: negative dilatancy soil; dilatancy; dilatancy rate; deep mining; constitutive model; LM algorithm

(责任编辑: 耿庆斋)